

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA TOPOGRÁFICA

TRABAJO FINAL DE GRADUACION

**ENLACE VERTICAL DEL MAREÓGRAFO DE QUEPOS Y DE LIMÓN SOBRE  
EL ELIPSOIDE DE REFERENCIA WGS84 POR MEDIO DE MEDICIONES GNSS  
Y NIVELACIÓN GEOMÉTRICA.**

PARA OPTAR POR EL GRADO DE LICENCIADOS EN INGENIERÍA TOPOGRÁFICA.  
BAJO LA MODALIDAD DE TRABAJO FINAL DE GRADUACIÓN

Sustentantes:

**Jose Ramón Benavides Bolaños.  
Maill Joseph Cortés Mora.**

Director del Proyecto:

**Ing. Mauricio Varela Sánchez. Dr.**

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

Abril, 2022.

## Aprobación del Tribunal Examinador

Este Trabajo Final de Graduación fue aprobado por el Tribunal Examinador del Trabajo Final de Graduación de la carrera de Ingeniería Topográfica de la Universidad de Costa Rica, como requisito para optar por el grado académico de Licenciados en Ingeniería Topográfica.

ROBERT LAURENT  
SANABRIA (FIRMA)  
2022.05.26  
14:01:56 -06'00'

Ing. Robert Laurent Sanabria, M.Sc.  
Presidente del Tribunal

MAURICIO  
VARELA  
SANCHEZ (FIRMA)

Firmado digitalmente por  
MAURICIO VARELA  
SANCHEZ (FIRMA)  
Fecha: 2022.05.19 12:19:27  
-06'00'

Ing. Mauricio Varela Sánchez. Dr.  
Director del Trabajo Final de Graduación

JUAN ANTONIO  
PICADO  
SALVATIERRA  
(FIRMA)

Firmado digitalmente por JUAN ANTONIO  
PICADO SALVATIERRA (FIRMA)  
Nombre de reconocimiento (DN):  
serialNumber=CPF-01-0523-0913, sn=PICADO  
SALVATIERRA, givenName=JUAN ANTONIO,  
c=CR, o=PERSONA FISICA, ou=CIUDADANO,  
cn=JUAN ANTONIO PICADO SALVATIERRA  
(FIRMA)  
Motivo: tesis:JoseRamon y MaillJoseph  
Ubicación: San Antonio de Coronado  
Fecha: 2022.05.25 19:45:38 -06'00'

M.Sc. Juan Antonio Picado Salvatierra  
Miembro del Tribunal

OSCAR HERBERT  
LUCKE CASTRO  
(FIRMA)

Firmado digitalmente  
por OSCAR HERBERT  
LUCKE CASTRO (FIRMA)  
Fecha: 2022.05.20  
10:34:33 -06'00'

Dr. Oscar Lücke Castro  
Lector del Trabajo Final de Graduación

GUSTAVO  
MANUEL LARA  
MORALES  
(FIRMA)

Firmado digitalmente  
por GUSTAVO  
MANUEL LARA  
MORALES (FIRMA)  
Fecha: 2022.05.22  
16:27:00-06'00'

Ing. Gustavo M. Lara Morales. M.Sc  
Lector del Trabajo Final de Graduación

JOSE RAMON  
BENAVIDES  
BOLAÑOS  
(FIRMA)

2022.05.19  
11:12:52  
-06'00'

Bach. Jose Ramón Benavides Bolaños  
Sustentante

MAILL JOSEPH  
CORTES MORA  
(FIRMA)

Firmado digitalmente  
por MAILL JOSEPH  
CORTES MORA (FIRMA)  
Fecha: 2022.05.19  
11:05:25 -06'00'

Bach. Maill Joseph Cortés Mora  
Sustentante

## **DEDICATORIA**

A mis padres María Isabel Bolaños Villalobos y Santo Ramón Benavides Rayo, a mi hermana y hermanos por ayudarme a crecer y enseñarme acerca de la vida, mostrándome vivencias que no hubiera podido vivir de no ser por ellos y por motivarme en todo momento.

*Jose Ramón Benavides Bolaños.*

A mis padres Ana Mora Barquero y Jose Ángel Cortés Arauz por su apoyo incondicional en cada etapa de mi vida, a Krissia Montero por su amor y motivación en cada momento y a mi tía Marielos y mi prima Katherine por darme la mano durante todo este tiempo.

*Maill Joseph Cortes Mora.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por permitirnos alcanzar una nueva meta, por darnos la sabiduría, salud y por estar siempre con nosotros en cada etapa de la vida.

A la escuela de Ingeniería Topográfica por el apoyo brindado con equipo y permisos, al director del proyecto Mauricio Varela que decidió aceptar el proyecto cuando íbamos ya encaminados, aportándonos importantes observaciones, acompañamientos en giras y motivaciones para poder terminar el proyecto. Igual agradecemos a los profesores Oscar Lücke y Gustavo Lara por las asesorías y comentarios que nos aportaron a lo largo del proyecto.

Al Ing. Alonso Vega que creyó en nosotros desde un inicio y fue la base para poder comenzar con el proyecto, gracias a él se inicia el trabajo de investigación, él como director de proyecto, y debido a un tema de crecimiento profesional en la vida de él no pudo concluir este proyecto con nosotros, pero siempre le agradeceremos todo el trabajo que se hizo antes de iniciar y durante la investigación.

A JAPDEVA y a la Marina Pez Vela por los permisos para poder trabajar en la zona y por el aporte que nos brindaron durante todo el proyecto.

A nuestros amigos que nos colaboraron en las diferentes mediciones de campo, Cesar, William, Ariana, Jorge Alexander, Andrés, Marco. Así como a Kimberly por su motivación y su apoyo en todo momento.

Y a nuestros padres y hermanos por confiar en todo momento en nosotros y por el apoyo. Gracias por el amor incondicional.

Benavides, J., Cortés M (2022). Enlace vertical del mareógrafo de Quepos y de Limón sobre el elipsoide de referencia WGS84 por medio de mediciones GNSS y nivelación geométrica. (Trabajo final de graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Topográfica). Universidad de Costa Rica, Facultad de Ingeniería, San Pedro de Montes de Oca.

## RESUMEN

Los mareógrafos son el principal instrumento de medición del nivel medio del mar, siendo un gran aporte para muchas aplicaciones, tales como: navegación marítima, obras portuarias, sistemas de alerta, cartográfica terrestre, así como investigaciones en temas de cambio climático, geodesia, oceanografía, dinámica costera, ingeniería, tectónica y muchos temas más.

Por lo que el proyecto busca enlazar de forma vertical los mareógrafos, ubicados en Quepos y Limón, al elipsoide de referencia WGS84, con el fin de poder enlazarlos a una superficie de referencia internacional logrando realizar distintos estudios a nivel mundial, además se logra dar una permanencia de información en caso de afectaciones físicas a los instrumentos dando un control a dos de los tres mareógrafos que se encuentran actualmente activos en Costa Rica.

Se establece un punto fundamental para cada mareógrafo, además de una red altimétrica con hitos en la cercanía del mareógrafo para poder realizar las observaciones GNSS y nivelación geométrica. Aunado a esto, se agrega un banco de nivel de la red vertical nacional a cada red altimétrica, y por medio de la nivelación geométrica y observaciones GNSS, se logra realizar el enlace de los mareógrafos al datum oficial de Costa Rica y al Elipsoide WGS84.

Mediante una prueba de T'Student se analizan las diferencias entre los desniveles elipsoidales dados por las observaciones GNSS y los desniveles geométricos que se obtienen de la nivelación, y se determina que no hay diferencia significativa logrando dar altura elipsoidal a los sensores de los mareógrafos.

Como valor agregado al proyecto, se incluyen mediciones gravimétricas a cada punto de la red y junto con las observaciones GNSS, se obtienen las alturas normales de los puntos. De esta forma, al finalizar el proyecto se logra enlazar los mareógrafos a tres distintas

superficies: al datum oficial de Costa Rica, al elipsoide WGS84 y al cuasigeoide, que al estar tan cerca de la costa, esta última superficie adquiere un significado físico. Además, con la nivelación geométrica y la gravimetría empleada se obtiene las correcciones ortométricas y las correcciones normales de los desniveles de la nivelación.

Palabras clave:

TOPOGRAFÍA, GEODESIA, MAREOGRAFO, NIVEL MEDIO DEL MAR, OBERVACIONES GNSS, NIVELACION GEOMETRICA, GRAVIMETRIA, ALTURAS NORMALES, CORRECCIONES ORTOMETRICAS, CORRECCIONES NORMALES

Ing. Mauricio Varela Sánchez. Dr.  
Director del proyecto.

# CONTENIDO

Capítulo 1. Introducción .....	1
1.2 Delimitación del Problema .....	2
1.3 Objetivo general.....	3
1.4 Objetivos específicos .....	3
1.5 Antecedentes.....	4
Capítulo 2. Marco teórico .....	6
2.1 Monitoreo del nivel medio del mar. ....	6
2.2 Nivelación geométrica .....	6
2.3 Sistema global de navegacion por satelite .....	8
2.3.1 Posicionamiento estático relativo .....	10
2.4. Ajuste de observaciones .....	11
2.4.1 Ajuste de observaciones por mínimos cuadrados .....	11
2.4.2 Ajuste Libre .....	12
2.4.3 Ajuste Amarrado.....	13
2.4 Prueba T´Student .....	14
2.5 Sistema de Alturas .....	16
2.5.1 Alturas Normales. ....	17
2.5.2 Alturas Ortometricas.....	18
2.5.3 Gravimetría .....	18
2.5.4 Cuasi geoide.....	19
Capítulo 3. Metodología .....	21
3.1 Etapa de diseño .....	21
3.1.1 Mareógrafo de Quepos .....	21

3.1.2 Mareógrafo de Limón .....	24
3.2 Etapa de Medición .....	26
3.2.1 Nivelación .....	26
3.2.2 Medición GNSS .....	31
3.2.3 Medición gravimétrica .....	33
3.3 Etapa de procesamiento y cálculo de datos .....	35
3.3.1 Enlace de los sensores a los puntos de la red .....	35
3.3.2 Desniveles geométricos .....	35
3.3.3 Ajuste de las mediciones gravimétricas .....	35
3.3.5 Desniveles de altura elipsoidales .....	36
3.3.5 Prueba T de Student .....	37
3.3.6 Alturas Normales .....	37
Capítulo 4. Desarrollo .....	39
4.1 Relación del cero del mareógrafo con el punto de nivel del mareógrafo. ....	39
4.2 Desniveles geométricos. ....	40
4.2.1 Enlace de los hitos de la red de Limón y Quepos al datum vertical oficial de Costa Rica. ....	42
4.2.2 Enlace de los sensores de los mareógrafos con el datum vertical oficial de Costa Rica por medio de los desniveles geométricos. ....	44
4.3 Observaciones gravimétricas .....	46
4.3.1 Correcciones ortométricas .....	51
4.3.2 Correcciones Normales .....	53
4.4 Desniveles elipsoidales .....	55
4.4.1 Relación de desniveles elipsoidales $\Delta h$ y geométricos $\Delta n$ . ....	57
4.4.2 Enlace de los sensores de los mareógrafos al elipsoide WGS84. ....	62

4.4.3 Comparación de las diferencias de nivel geométricas, ortométricas, normales y elipsoidales.....	63
4.5 Alturas normales.....	64
4.5.1 Desniveles de las alturas normales .....	67
4.5.2 Anomalías de altura. ....	69
4.5.3 Relación de las alturas normales, elipsoidales y geométricas. ....	70
Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones.....	73
5.1 Conclusiones.....	73
5.2 Recomendaciones .....	75
Capítulo 6. Referencias.....	76
Anexos .....	82
Anexo 1.....	82
Anexo 2.....	83
Anexo 3.....	84

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de una nivelación geométrica. ....	7
Figura 2. Medición GNSS absoluta.....	9
Figura 3. Elipsoide ajustado a un geoide local. ....	10
Figura 4. Distribución T de dos colas con alrededor de 0. ....	15
Figura 5. Nivelación geométrica y la relación con las superficies equipotenciales. ....	16
Figura 6. Puntos para los circuitos de nivelación y medición de GNSS en Quepos, creado con 3 bancos de nivel, 1 de la red del IGN y un punto del mareógrafo.....	23
Figura 7. Proceso de amojonamiento con armadura, chapa de bronce, con relleno de concreto, en Quepos. ....	24
Figura 8. Colocación del mojón de concreto según las recomendaciones de la UNAVCO en el puerto de JAPDEVA.....	25
Figura 9. Puntos para los circuitos de nivelación y medición de GNSS Limón, creado con 6 bancos de nivel, 1 de la red del IGN y un punto del mareógrafo.. ....	26
Figura 10. Líneas de nivelación en Limón. ....	27
Figura 11. Líneas de nivelación en Quepos.....	28
Figura 12. Manejo de la estadia invar por dos asistentes para asegurar una adecuada verticalidad. ....	30
Figura 13. Medición con GNSS del punto fundamental, BM.Limón, en Limón.. ....	32
Figura 14. Medición con GNSS del punto fundamental, QUEP, en Quepos. ....	33
Figura 15. Comparación de las alturas finales para los sensores RAD y RA2 en el mareógrafo de Limón y Quepos.....	45
Figura 16. Valores de la fuerza de gravedad ajustados, para Limón menor a mayor valor.....	49
Figura 17. Valores de la fuerza de gravedad para Quepos de menor a mayor valor.....	51
Figura 18. Resultados de la prueba T´Student en Limón.. ....	59
Figura 19. Resultados de la prueba T´Student en Quepos.....	60
Figura 20. Comparación entre las diferencias de nivel obtenidas con nivelación geométrica y las diferencias de nivel elipsoidal, para Limón.....	61

Figura 21. Comparación entre las diferencias de nivel obtenidas con nivelación geométrica y las diferencias de nivel elipsoidal, para Quepos. ....	61
Figura 22. Comparación de los distintos deltas de nivel obtenidos en Limón. ....	63
Figura 23. Comparación de los distintos deltas de nivel obtenidos en Quepos.....	63
Figura 24. Comparación entre las diferencias de los desniveles normales versus desniveles geométricos, para Limón. ....	68
Figura 25. Comparación entre las diferencias de los desniveles normales versus desniveles geométricos, para la red de Quepos. ....	68
Figura 26. Comparativa de los diferentes tipos de alturas para Limón .....	70
Figura 27. Comparativa de los diferentes tipos de alturas para Quepos.....	71

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Líneas de nivelación en Limón.....	27
Tabla 2. Líneas de nivelación en Quepos.....	29
Tabla 3. Nombre del punto y con la fecha y hora de la medición gravimétrica en Limón realizada por el Ing. Alonso Vega.....	34
Tabla 4. Nombre del punto y con la fecha y hora de la medición gravimétrica en Quepos realizada por el Dr. Oscar Lücke.....	35
Tabla 5. Diferencias de nivel entre la chapa de control del mareógrafo de Limón y los sensores.....	39
Tabla 6. Diferencias de nivel entre la chapa de control del mareógrafo de Quepos y los sensores.....	39
Tabla 7. Resultados de la nivelación en Limón.....	40
Tabla 8. Resultados de la nivelación en Quepos.....	41
Tabla 9. Ajuste de la nivelación geométrica en Limón.....	41
Tabla 10. Ajuste de la nivelación geométrica en Quepos.....	42
Tabla 11. Alturas de los hitos en Limón referidas al datum oficial de Costa Rica. ..	43
Tabla 12. Alturas de los hitos en Quepos referidas al datum oficial de Costa Rica.	43
Tabla 13. Relación entre el Banco de Nivel Oficial 57-LA y los diferentes sensores del mareógrafo Limón.....	44
Tabla 14. Relación entre el Banco de Nivel Oficial 1-Q y los diferentes sensores del mareógrafo Quepos.....	44
Tabla 15. Altura de los diferentes sensores del mareógrafo Limón, sobre el Datum Vertical Oficial de Costa Rica.....	44
Tabla 16. Altura de los diferentes sensores del mareógrafo Quepos, sobre el Datum Vertical Oficial de Costa Rica.....	45
Tabla 17. Lectura de la fuerza de gravedad para el primer día de medición en Limón realizadas por el Ing. Alonso Vega.....	46
Tabla 18. Lectura de la fuerza de gravedad para el segundo día de medición en Limón realizadas por el Ing. Alonso Vega.....	47
Tabla 19. Observaciones gravimétricas corregidas para los puntos de Limón.....	47
Tabla 20. Valores de la fuerza de gravedad para los puntos en Limón.....	48

Tabla 21. Lectura de valores de fuerza de gravedad para los puntos de Quepos tomados por el Dr. Oscar Lücke. ....	49
Tabla 22. Valores de fuerza corregidos para los puntos de Quepos tomados por el Dr. Oscar Lücke. ....	50
Tabla 23. Valores de fuerza corregidos para los puntos de Quepos. ....	50
Tabla 24. Correcciones ortométricas a los desniveles obtenidos en Limón con el respectivo delta ortométrica. ....	52
Tabla 25. Correcciones ortométricas a los desniveles obtenidos en Quepos con el respectivo delta ortométrica. ....	52
Tabla 26. Correcciones normales a los desniveles obtenidos en Limón con el respectivo delta normal. ....	53
Tabla 27. Correcciones normales a los desniveles obtenidos en Quepos con el respectivo delta normal. ....	54
Tabla 28. Coordenadas geométricas referidas al elipsoide WGS84 de los puntos de control para el mareógrafo de Limón. ....	55
Tabla 29. Desniveles elipsoidales en Limón. ....	55
Tabla 30. Coordenadas geométricas referidas al elipsoide WGS84 de los puntos de control para el mareógrafo de Quepos. ....	56
Tabla 31. Desniveles elipsoidales en Quepos. ....	56
Tabla 32. Comparación de los desniveles geométricos con desniveles elipsoidales en Limón. ....	57
Tabla 33. Comparación de los desniveles geométricos con desniveles elipsoidales en Quepos. ....	58
Tabla 34. Resultados del T' Student para las observaciones en Limón. ....	58
Tabla 35. Resultados del T' Student para las observaciones en Quepos. ....	59
Tabla 36. Resultados de altura elipsoidal para los sensores del mareógrafo de Limón. ....	62
Tabla 37. Resultados de altura elipsoidal para los sensores del mareógrafo de Quepos. ....	62
Tabla 38. Número Geopotencial para los puntos localizados en Limón. ....	65
Tabla 39. Número Geopotencial para los puntos localizados en Quepos. ....	65

Tabla 40. Gravedad normal para los puntos localizados en Limón.....	65
Tabla 41. Gravedad normal para los puntos localizados en Quepos. ....	66
Tabla 42. Alturas normales para los puntos localizados en Limón. ....	66
Tabla 43. Alturas normales para los puntos localizados en Quepos.....	66
Tabla 44. Resultados del desnivel normal para los tramos de nivelación geométrica en Limón.....	67
Tabla 45. Resultados del desnivel normal para los tramos de nivelación geométrica en Quepos. ....	67
Tabla 46. Cálculo de la anomalía de altura para la red de Limón. ....	69
Tabla 47. Cálculo de la anomalía de altura para la red de Quepos.....	69
Tabla 48. Comparación entre las alturas normales, elipsoidales y geométricas en Limón. ....	70
Tabla 49. Comparación entre las alturas normales, elipsoidales y geométricas en Quepos.....	71

## Abreviaturas

### Unidades Métricas

<b>cm</b>	centímetros
<b>m</b>	metros
<b>mm</b>	milímetros
<b>km</b>	Kilómetros
<b>mGal</b>	Mili Gales
<b>s</b>	segundos

### Otras abreviaturas

<b>BN</b>	Banco de Nivel
<b>BM</b>	Benchmark (Punto de referencia)
<b>C</b>	Numero Geopotencial
<b>CIO</b>	Convención Internacional de Origen
<b>CN</b>	Corrección Normal
<b>CO</b>	Corrección Ortométrica
<b>CR</b>	Costa Rica
<b>d</b>	Datum
<b>g</b>	Gravedad
<b>GLONASS</b>	Siglas en ruso de Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
<b>GNSS</b>	Siglas en inglés de Sistema Global de Navegación Satelital
<b>GPS</b>	Siglas en inglés de Sistema de Posicionamiento Global
<b>h</b>	Altura elipsoidal
<b>ICGEM</b>	Siglas en Inglés de International Centre for Global Earth Models.

<b>IGN</b>	Instituto Geográfico Nacional
<b>ITRF14</b>	Siglas en inglés de International Terrestrial Reference Frame del 2014
<b>JAPDEVA</b>	Junta de Administración Portuaria y de Desarrollo Económico de la Vertiente Atlántica
<b>NOAA</b>	Siglas en inglés de National Oceanic and Atmospheric Administration
<b>SINAMOT</b>	Sistema Nacional de Monitoreo de Tsunamis
<b>SNIT</b>	Sistema Nacional de Información Territorial
<b>UCR</b>	Universidad de Costa Rica
<b>UNAVCO</b>	Siglas en Inglés de University NAVSTAR Consortium
<b>WGS84</b>	Siglas en Inglés de World Geodetic System 1984
$\zeta$	Anomalía de altura
$\Delta n$	Diferencias de nivel geométrico
$\sigma$	Desviación estándar

# CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de referencia vertical clásicos tienen su origen en las costas, con la implementación de mareógrafos sobre ciertos puntos a las orillas del mar que permiten la observación periódica (un ciclo lunar que corresponde a 18,6 años) del nivel medio del mar, dando como origen el nivel cero del sistema altimétrico de una zona o país, como en el caso de los países latinoamericanos. (SIRGAS, 2018)

Sin embargo, se ha demostrado que históricamente el nivel medio del mar cambia constantemente. Cazenave, Do Minh y Genaro (2003) obtienen una variación de 3 milímetros al año por medio de altimetría satelital (a través de las observaciones provenientes del satélite Topex/Poseidon durante los años 90). Por otra parte, Church y White (2006) señalan una variación de 1.7 milímetros al año, obtenida por medio de una recopilación de observaciones mareográficas.

A pesar de que cada autor determina una variación diferente, se demuestra que el nivel del mar no es estático y tampoco general, ya que cada lugar posee un comportamiento diferente en relación al nivel del mar. Por lo tanto, el monitoreo continuo del espejo de agua es indiscutiblemente necesario, por lo cual, se debe tener un sistema adecuado que realice dicha tarea, tal es el caso de los mareógrafos.

Según lo planteado anteriormente, y dado que la atracción gravitacional de la Luna y el Sol genera movimientos costeros verticales y horizontales que son inevitables (Teferle, Bingley, Dodson y Baker, 2002), se hace necesario determinar y controlar los efectos físicos sobre los mareógrafos que dicho desplazamiento (vertical como horizontal) causa. Es ahí donde el Sistema Satélite de Navegación Global (GNSS, por sus siglas en inglés) ofrece grandes ventajas en cuanto a precisión ya que este se compone de constelaciones satelitales, lo que lo deja las alteraciones de los movimientos costeros (Bouin y Wöppelmann, 2009).

Existen otras afectaciones en el nivel medio del mar como lo son los efectos tectónicos, tal es el caso de la placa Coco la cual es la que mayor frecuencia y cantidad de energía liberada produce debido a la subducción, dichos sismos se localizan mayormente a lo largo de la costa Pacífica, además para el lado del Caribe se encuentra la segunda fuente

de sismos siendo originados por el punto triple de las placas Coco, Nazca y la Microplaca de Panamá. (Linkimer & Alvarado, 2014)

Es importante contar con un marco de referencia terrestre internacional que ayude a medir e interpretar los efectos del cambio global, permitiendo monitorear las variaciones del nivel del mar y el efecto del cambio climático, así como los procesos de transporte de masas y las variaciones de esas masas; ya sea por deformaciones de la superficie, por peligros naturales como efectos sísmicos, hundimientos o deslizamientos o bien por características tectónicas como es el movimiento de las placas o deformación de la superficie, además se podría analizar los movimientos verticales causados por la formación de montañas. (Ihde et al., 2017.)

Con la confección de líneas de nivelación entre la estructura del mareógrafo y un punto fundamental (esto de forma individual para cada mareógrafo), se pretende amarrar el nivel cero de los sensores al sistema geocéntrico como lo es el Sistema Geodésico Mundial de 1984 (WGS 84, por sus siglas en inglés), lo cual ofrece la posibilidad de determinar las afectaciones del movimiento costero, además de poder controlar periódicamente el mareógrafo. Por otra parte, permite la posibilidad de restaurar o trasladar el mareógrafo en caso de pérdida o afectaciones externas (Instituto Brasileiro de Geografia e Estadística, 2016).

## **1.2 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA**

Actualmente en Costa Rica existen diversos mareógrafos colocados en diferentes zonas, los cuales monitorean los niveles del espejo de agua costero; sin embargo, sobre dichos instrumentos no existe ningún control, es decir, la estructura que representa el soporte o anclaje de los instrumentos (sensores de medición y limnómetro) se encuentra cementada en la superficie terrestre. Esto lo hace susceptible a cualquier movimiento o sismo que sufra la zona donde este se ubica, provocando así que las observaciones del mareógrafo se encuentren afectadas por dicho movimiento (Ray, Beckley y Lemoine, 2010).

La distribución de la masa dentro de la tierra también cambia con el tiempo, ya sea por movimientos tectónicos, licuefacción, rebote posglacial, sedimentación, entre otros lo

cual genera cambios en el nivel medio del mar (Vanicek P. , 2001). Por lo que existen el problema con el uso de los datos del mareógrafo ya que estos miden en base a la estructura en la que se encuentra ubicados por lo que las observaciones contienen ruido por los movimientos de la corteza o bien por cambios estructurales locales. (Cazenave, 1999, Cazenave et al., 2003)

Siendo todo esto problemático para todo aquel que haga uso de los datos recolectados por estos instrumentos sin reducir el ruido por los diferentes movimientos a los que se ve expuestos.

Por otro lado, solo existen tres mareógrafos que se encuentran funcionando en el país, uno de ellos es el de La Marina Pez Vela en Quepos, el segundo es el del Muelle de la Junta de Administración Portuaria y de Desarrollo Económico de la Vertiente Atlántica de Costa Rica (JAPDEVA) en Limón. Existe un tercer mareógrafo que se encuentra en la Isla del Coco, sin embargo, por el de tema de permisos y por la dificultad del punto se decide no trabajar con él.

Al tener solo dos mareógrafos activos en el país, uno en cada costa, es indispensable tener al menos un punto fundamental en cada lugar para poder respaldar la información registrada.

### **1.3 OBJETIVO GENERAL**

Enlazar de forma vertical el mareógrafo de Quepos y de Limón mediante tecnología GNSS y nivelación geométrica al elipsoide World Geodetic System 1984 para mantener la permanencia de información en caso de afectación física a los mareógrafos.

### **1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Definir un punto principal y una red altimétrica en el campo con bancos de nivel para nivelación geométrica de precisión y para las ocupaciones GNSS.

2. Obtener los desniveles geométricos de los bancos de nivel de la red altimétrica por medio de nivelación geométrica de precisión para el enlace de cada mareógrafo al punto principal y al datum vertical oficial de Costa Rica.

3. Determinar las coordenadas geodésicas de los bancos de nivel con observaciones GNSS para referirlas al elipsoide WGS84.

## **1.5 ANTECEDENTES**

En el año 1996 S. Díaz realiza una comparación entre la ondulación del modelo geoidal OSU- 91A y la ondulación por nivelación Global Position System (GPS), a través de una línea de nivelación comprendida desde el Océano Pacífico hasta el Mar Caribe por medio de la línea férrea Puntarenas-San José -Limón, haciendo uso de doce bancos de nivel de primer orden. Una vez realizado los ajustes necesarios llega a la conclusión de que no hay semejanza entre ambas ondulaciones debido a que el modelo geoidal OSU-91A solo integra ciertas regiones del planeta.

Durante el 2016, A. Vega logra enlazar los bancos de nivel de los mareógrafos de Quepos y Herradura utilizando equipo GNSS para obtener las alturas elipsoidales. Debido a que Costa Rica para este año carecía de un modelo de geoide preciso adaptado a su territorio, utiliza los modelos: EGM96, EGM2008, EIGEN-6C4, GGM05C y GOCO05C, siendo estos comparados con los niveles del método convencional de nivelación geométrica y gravimétrica, determinando que los mejores resultados se obtienen con los modelos: EGM2008, EIGEN-6C4, siendo este último el mejor con un error altimétrico cuadrático de 0.054 m.

Para el año 2020, con el enfoque de Stokes-Helmert se determinó un modelo regional del geoide utilizando el modelo geopotencial global satelital GOCO05s como referencia, sin embargo, se combina datos de gravedad satelital, terrestre y marina; y se obtiene como resultado el modelo GCR-RSH-2020. Para la validación de este modelo, se compara con 4 modelos geopotenciales combinados globales: EGM2008, Eigen6C-4, GECO y SGG-UM-1, en el que se observan promedio de 5 cm. Este nuevo geoide calculado, en comparación

con el antiguo sistema de altura de Costa Rica, muestra un desplazamiento de 7 cm, pero el ajuste es mejor que los otros modelos cuando se analizan los residuos (Garbanzo et al. 2020).

A nivel internacional, en el Puerto de Imbituba, Brasil, se realiza un control vertical de las redes de nivelación y la posición geocéntrica del mareógrafo. Dicho control se obtiene mediante el uso de diversas técnicas, entre ellas la nivelación geométrica de alta precisión para determinar la estabilidad de los bancos de nivel de dicha red, y la medición continua durante nueve días con un receptor GNSS de doble frecuencia para determinar la posición geocéntrica de una estación GNSS de centrado forzoso, la cual se encuentra a una distancia no mayor a 500 m del mareógrafo. Con este control se determinan variaciones o alteraciones (verticales como horizontales) en la costa, lo que afecta negativamente las mediciones realizadas por el mareógrafo de dicho lugar (Dalazoana, et al, 2005).

Por lo que se demuestra que actualmente Costa Rica no posee un mecanismo que permita controlar y/o detectar deformaciones por procesos tectónicos, así como efectos locales por factores geotécnicos a los cuales los mareógrafos se ven sometidos, provocando que estos datos se vean contaminados y haciendo necesaria la eliminación del ruido. Del mismo modo que no se cuenta con los insumos necesarios para resguardar la información en caso de algún factor natural o humano que afecte a los mareógrafos.

## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 MONITOREO DEL NIVEL MEDIO DEL MAR.**

Para el desarrollo del proyecto es importante conocer que el nivel medio del mar es el nivel de las aguas tranquilas, el cual se determina como el promedio de las mareas cada hora durante un período de al menos un año, y preferiblemente durante alrededor de 19 años, para promediar ciclos de 18,6 años en la amplitud y fase. Por lo que se puede decir que este nivel está en función del tiempo (Pons Valls, 2015).

Se dice que el nivel del mar es una buena aproximación al geoide, pero existen efectos oceanográficos entre los que se pueden mencionar a la densidad del agua, patrones de circulación oceánica permanente y efectos atmosféricos como presiones de aire y vientos, que influyen en el nivel del mar. Si se logra quitar esas perturbaciones, el nivel del mar a nivel local se comportaría como una superficie equipotencial logrando tener una mejor aproximación en la definición del geoide. (Pugh, 1996).

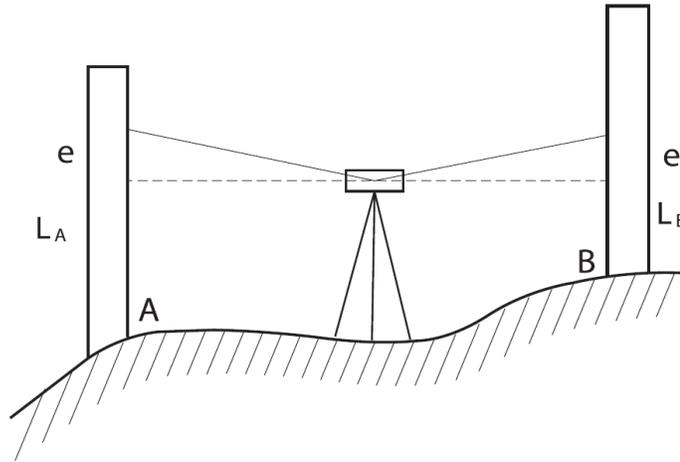
Otro de los factores más importantes en la variación del nivel del mar es la fuerza gravitacional que provocan el sol y la luna sobre las masas de agua. De forma general las mareas no sobrepasan los 2 metros entre una marea alta y una baja y tienen un ciclo de mareas en promedio de 12.25 horas (Pons Valls, 2015).

El principal instrumento de medición del nivel medio del mar es el mareógrafo, este mide continuamente en un punto específico, por lo que es importante tener un punto fijo de referencia donde esté conectado a una red de puntos auxiliares. Tener estas marcas de referencia es útil para dar estabilidad al datum vertical en relación con el tiempo y además, para separar los aspectos oceanográficos y geodésicos del problema de las tendencias del nivel del mar (Pugh, 1996).

### **2.2 NIVELACIÓN GEOMÉTRICA**

Con ayuda del nivel electrónico se realiza la nivelación geométrica de precisión para poder relacionar el cero del mareógrafo, el punto de control de referencia y los demás puntos

auxiliares. La nivelación geométrica consiste en establecer un plano de comparación con ayuda de un nivel de precisión y tomar las lecturas sobre las estadias que se encuentran en los puntos que se desea nivelar, para determinar la diferencia de nivel que hay entre los puntos (López Gallare y López-Colina Pérez, 2006), tal y como se ve en la figura 1.



*Figura 1. Ejemplo de una nivelación geométrica. Fuente: Basada en López Gallare y López-Colina Pérez, 2006.*

Cuando no se puede determinar el desnivel geométrico con una sola posición instrumental, se debe hacer más de una repetición (a este tipo de nivelación se le llama nivelación compuesta) y con la suma de todas esas diferencias de lecturas de frente y de espalda que se haga con el equipo, se logra determinar el desnivel geométrico (López Gallare y López-Colina Pérez, 2006).

La técnica a utilizar es la del paso promedio, la cual consiste en que las lecturas del nivel de frente y de espalda se encuentran aproximadamente equidistantes, para que el error de lectura en la mira para ambos sentidos sea muy semejante y se pueda minimizar los errores sistemáticos (Franquet i Bernis & Querol Gómez, 2010).

Según el manual de Geodetic Leveling de (NOAA) (Schomaker and Berry, 1981), si se logra mantener las distancias similares entre el nivel y la estadia, se corrigen ciertos errores sistemáticos. Esto ocurre ya que dichos errores se comportan de forma semejante cuando se hace la lectura de espalda y de frente, debido a que poseen el mismo error, pero con signo contrario, por lo tanto, se minimizan. Algunos de estos errores son el error de colimación, curvatura terrestre y refracción.

Como se mencionó anteriormente, el error de refracción se puede reducir. Sin embargo, cuando la nivelación no se ejecuta sobre superficies relativamente planas, este efecto de refracción no se puede omitir. Lo anterior ocurre ya que cuando se hace la vista cuesta arriba hay un mayor cambio en la densidad del aire, y por esto el cambio de refracción se aprecia más cuando hay cambio de elevación (National Geodetic Survey, 1981).

Al tratarse de una nivelación compuesta de dos o más posiciones instrumentales, cuando se hace el cierre de la nivelación se debe calcular el error de cierre, el cual se obtiene con la ecuación 1 (Wolf & Ghilami, 2009).

$$\text{Error}_{\text{Cierre}} = \text{Cota de cierre} - \text{Cota de inicio} \quad \text{Ecuación 1}$$

Por lo que se debe tomar en consideración que para toda nivelación se realizan controles donde los errores de cierre deben estar dentro de la tolerancia permitida, la que se calcula con la ecuación 2 (Wolf & Ghilami, 2009).

$$T = K * L^{1/2} \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde

T: Tolerancia de cierre

K: Es el error kilométrico

L: Es la longitud recorrida en la nivelación expresada en km.

### **2.3 SISTEMA GLOBAL DE NAVEGACION POR SATELITE**

El sistema global de navegación por satélite o mejor conocido como GNSS en sus siglas en inglés, es un término que da un posicionamiento en cualquier parte del mundo por medio de satélites tanto de los sistemas GPS (Sistema Global de Navegación Satelital en sus siglas en inglés), GLONASS (Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema en sus siglas en ruso), Galileo que Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS) de Europa y BeiDou que es el Sistema de Navegación construido por China. El sistema realiza el cálculo de un punto a partir de un solo receptor, mediante la observación de cuatro satélites y por

medio de la pseudodistancia de código o de fase como se aprecia en la figura 2 (Berné Valero, Anquela Julián y Garrido Villen, 2014).

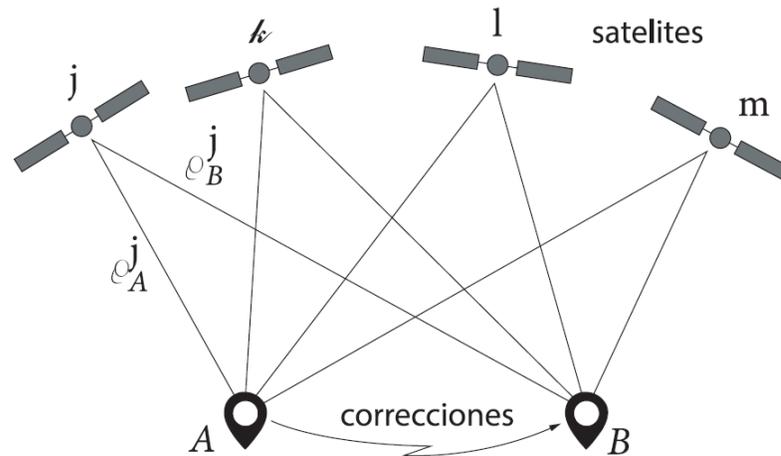


Figura 2. Medición GNSS absoluta. Fuente: Basada en Hofman-Wellenhof y Moritz, 2005.

Este trabajo se realiza sobre puntos fijos que son colocados previamente en lugares estables y cercanos de los mareógrafos para obtener las coordenadas elipsoidales del punto. Millán (2006) señala que el elipsoide es una figura matemática que se define como la elipse de rotación, cuyo eje de rotación se encuentra en el semieje menor de dicha elipse. Esta elipse se toma como la figura que mejor se adapta al geoide, ya sea de forma local o mundial. Sobre el elipsoide de referencia se determinan puntos por medio de la latitud, longitud (unidades en grados) y la altura elipsoidal (Milan, J., 2006). En la figura 3 se logra ver la relación que tiene el elipsoide con respecto al geoide.

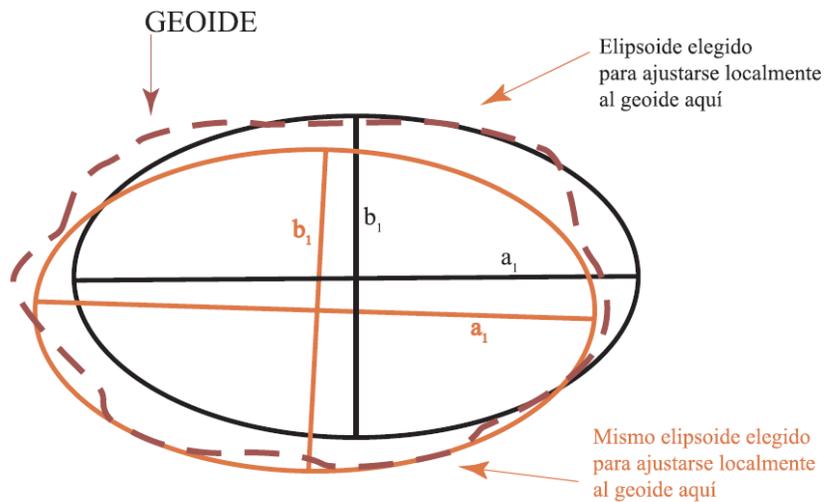


Figura 3. Elipsoide ajustado a un geoide local. Fuente: Basada en Jonathan Iliffe, J. y Lott, R. 2008.

El elipsoide a trabajar es el geodésico mundial World Geodetic System 1984 (WGS84) con un valor para el semieje  $a$  de 6378137 m, para el semieje  $b$  de 6356752,314 m y para la primera excentricidad  $e^2 = 0,006694379908$  m (National Imaging and Mapping Agency, 2000) La orientación está dada por el Bureau International de l'Heure (BIH) para la época de 1984.0 donde el origen es coincidente  $\pm 2$  metros con el centro de masas de la Tierra, el eje  $Z$  es paralelo a la dirección del polo CIO, el eje  $X$  es la intersección del meridiano Greenwich y el eje  $Y$  es ortogonal al eje  $X$  y  $Z$ , en la figura 3 se logra ver cómo está conformado los ejes del elipsoide (Sanchez Menendez, 2009).

### 2.3.1 Posicionamiento estático relativo

Con el método de posicionamiento estático relativo es con el que se obtiene la máxima exactitud, por lo que es el más usado para trabajos geodésicos. Este método consiste en utilizar dos o más receptores en donde se hacen observaciones simultáneas para determinar vectores entre sí. El proceso comienza con un receptor que es la base, mientras que el otro receptor o los demás receptores estarán en otros puntos, donde se hacen observaciones al mismo tiempo; cada receptor debe recibir señal de cuatro o más satélites, por un periodo de una hora o más, dependiendo de la longitud de la base. A excepción del receptor base los demás se pueden trasladar a otros puntos al terminar una sesión de trabajo, para que de esta forma se concluya las observaciones sobre todos los puntos de la red. (Wolf & Ghilami, 2009)

Para conocer el tiempo mínimo de observación de cada punto fundamental, se utilizó la ecuación descrita por Wolf & Ghilami (2009) descrita en la ecuación 3.

$$20 \text{ minutos} + 2 \text{ minutos} * \text{km} = \text{Tiempo mínimo de medición} \quad \text{Ecuación 3}$$

## 2.4. AJUSTE DE OBSERVACIONES

### 2.4.1 Ajuste de observaciones por mínimos cuadrados

A toda nivelación geométrica se les realizan ajustes a las observaciones; tal es el caso del ajuste de mínimos cuadrados, el cual es un modelo matemático que resuelve un problema que cuenta con tres elementos fundamentales. Al primero de ellos se le llama “parámetros”, estas son las incógnitas del problema. El segundo son las “observaciones” que son las magnitudes que se pueden observar de forma directa o indirecta. Y en tercer lugar están las “funciones” que son la relación matemática establecida entre los parámetros y las observaciones (Sevilla, 1987).

En los problemas de ajuste se trabaja con más observaciones que incógnitas ya que si se cuenta con la misma cantidad de valores observados que parámetros, no se resolverá el problema general debido a la existencia de los errores de observación (Sevilla, 1987).

Existen los errores residuales que son la diferencia entre los valores teóricos o mejor llamados observaciones ajustadas y los valores obtenidos con las observaciones reales. A cada conjunto de valores ajustados le corresponde un conjunto de errores residuales, los cuales son incógnitas del problema, por lo que se tiene más incógnitas que ecuaciones y por ende, infinitas soluciones. De todas estas soluciones se desea la mejor y para esto se ocupa un criterio adicional, el cual sería el ajuste por mínimos cuadrados en el que se establece de forma general que la suma de los cuadrados de los errores residuales debe ser mínima (Sevilla, 1987).

Esta condición de mínimo se puede representar en forma matricial de acuerdo a la ecuación 4 (Sevilla, 1987), donde V es el vector de residuos y P una matriz de Pesos.

$$V^T P V \rightarrow \text{mínimo} \quad \text{Ecuación 4}$$

### 2.4.2 Ajuste Libre

El ajuste libre queda definido únicamente por las observaciones, sin importar la posición, orientación y el factor de escala. Con este ajuste se ve la calidad con la que se realizaron las observaciones. Con ayuda del principio de mínimo cuadrados se mejora la exactitud y se reduce la influencia de los errores que afectan las mediciones (Chacón, 2016).

Cualquier grupo de ecuaciones de las observaciones se puede representar en forma de matriz de acuerdo a la ecuación 5 (Sevilla, 1987).

$$AX=L+V \quad \text{Ecuación 5}$$

En la que A es la matriz de coeficientes, X el vector de incógnitas, L es el vector de observaciones y V el vector de residuos. Si se aplica la condición de mínimos cuadrados que se indica en la ecuación 2, se obtiene como resultado la ecuación 6 (Sevilla, 1987).

$$A^T PAX=A^T PL \quad \text{Ecuación 6}$$

Al tratarse de un ajuste libre y no contar con los parámetros de posición, forma y orientación, no se puede despejar X ya que  $A^T PA$  es una matriz irregular y no posee inversa, por lo que se usa una matriz pseudo-inversa que se denomina B y así se corrige el defecto, en el que X queda definido mediante la ecuación 7 (Sevilla, 1987).

$$X = ((A^T PA+B^T B)^{-1} - B^T B) A^T PL \quad \text{Ecuación 7}$$

Y para determinar la calidad de las observaciones se utiliza el error medio cuadrático. Para esto se debe conocer la desviación estándar de la unidad de pesos, en este caso se toma en consideración el defecto del datum (d), este representa el número de parámetros faltantes para la configuración de la red de un sistema de coordenadas, como se ve en la ecuación 8 (Sevilla, 1987).

$$S_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - u + d}} \quad \text{Ecuación 8}$$

Y luego se calcula la matriz de varianza-covarianza  $Q_{XX}$  que se expresa como se indica en la ecuación 9 (Sevilla, 1987).

$$Q_{xx} = (A^T P A + B^T B)^{-1} - B^T B \quad \text{Ecuación 9}$$

Finalmente, para calcular la desviación estándar o error medio cuadrático de cada incógnita, se utiliza la ecuación 10 (Sevilla, 1987). En el que hace uso de la diagonal  $q_{xx}$  de la matriz de varianza-covarianza multiplicado de  $s_o$ .

$$S_x = s_o \sqrt{q_{xx}} \quad \text{Ecuación 10}$$

### 2.4.3 Ajuste Amarrado

El ajuste amarrado se comporta de forma similar que el ajuste libre; estos se basan en el principio de mínimos cuadrados, pero con la diferencia de que se conoce el sistema de referencia en el que se trabajan las observaciones, por lo que se sabe la orientación, la posición respecto al origen y el factor de escala (Chacón, 2016).

Se utilizan las mismas ecuaciones del ajuste libre a diferencia de la ecuación 5, esto porque para el ajuste amarrado si se puede despejar X de la ecuación 4 y por ende se tiene que el vector de incógnitas se calcula como lo dice la ecuación 11 (Sevilla, 1987).

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad \text{Ecuación 11}$$

Para conocer la calidad de las observaciones no se necesita introducir el defecto del datum en la desviación estándar de la unidad de pesos por lo que  $s_o$  se obtiene mediante la ecuación 12 (Sevilla, 1987).

$$s_o = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - u}} \quad \text{Ecuación 12}$$

Seguidamente para conocer la desviación estándar de la misma forma que en el ajuste libre tal y como se indica en la ecuación 10 (Sevilla, 1987).

## 2.4 PRUEBA T'STUDENT

Con ayuda de la prueba de T'Student se puede verificar estadísticamente si la diferencia entre los desniveles geométricos y los desniveles elipsoidales, en la costa, son significativas. Para este problema se parte del supuesto de normalidad en los datos, de que las muestras son pequeñas y de que se conoce la desviación estándar de la población. Se puede tomar esta última suposición dado que el investigador se encuentra familiarizado con el sistema o proceso (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012).

En este proyecto se usa la prueba T'Student de dos muestras independientes en la que se usan dos hipótesis; una hipótesis nula y una alternativa, utilizando el promedio de las muestras.

Tomando como hipótesis nula lo siguiente:

$$H_0: u_1 = u_2$$

Donde:

$$u_1 = \text{media de } \Delta h \text{ geométrica}$$

$$u_2 = \text{media de } \Delta h$$

Para la hipótesis alternativa y para fines del proyecto se supone que el promedio de las muestras es distinto.

$$H_0: u_1 \neq u_2$$

Esto significa que es una prueba bilateral o de dos colas, la apariencia de esta es de forma de campana debido a que es simétrica alrededor de una media cero, como se puede apreciar en la figura 4.

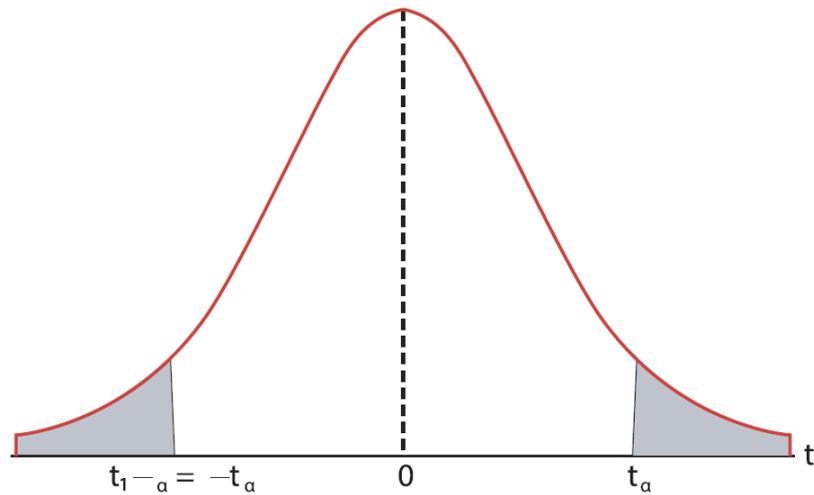


Figura 4. Distribución T de dos colas con alrededor de 0. Fuente: Basada en Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012.

Se rechaza la hipótesis nula si el valor de  $t$  es mayor al valor crítico. El estadístico de prueba se calcula con la ecuación 13 (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012).

$$t = \frac{\underline{X}_1 + \underline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_c^2}{n_1} + \frac{S_c^2}{n_2}}} \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde:

$\underline{X}$  = es la media de las muestras

$n$  = es el número de observaciones.

$S_c^2$  = es la varianza común la cual se calcula con la ecuación 14 (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012).

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad \text{Ecuación 14}$$

## 2.5 SISTEMA DE ALTURAS

Debido a la metodología de la nivelación geométrica, se establece que la estadia está orientada a lo largo de la línea de la plomada que es perpendicular a una superficie equipotencial (Huerta, 2001). Una superficie en el que el valor de potencial de la gravedad es constante se le denomina superficie equipotencial, por lo que hay infinitas superficies y nunca de ellas se cruzan entre sí en ninguna parte. Una de estas superficies es el geode y la cual es definida por un valor específico  $W_0$ . (Vanicek P. , 2001).

Como se puede apreciar en la figura 5, los desniveles de la sección I y la sección II difieren por el no paralelismo de las superficies equipotenciales, por lo que los desniveles geométricos varían según el trayecto que se realice.

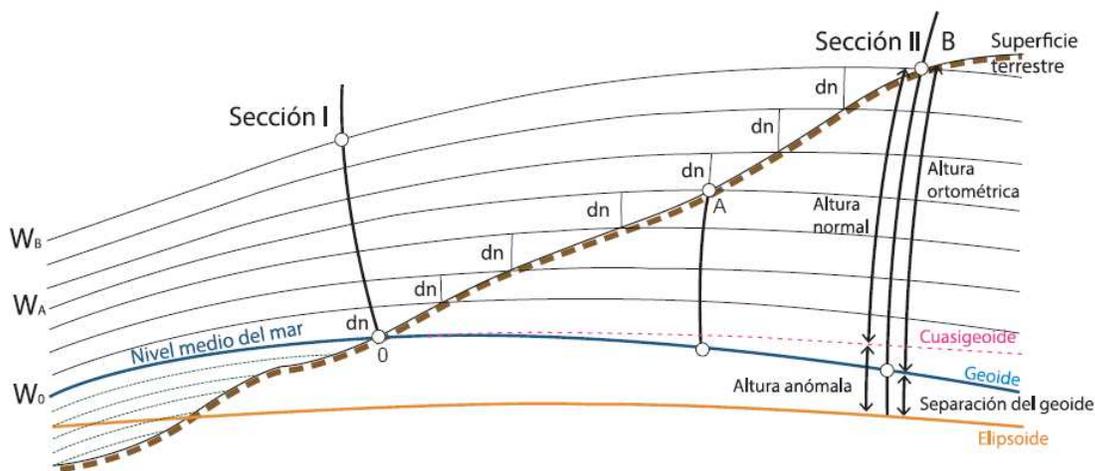


Figura 5. Nivelación geométrica y la relación con las superficies equipotenciales. Fuente: Basada en Sanchez, 2006

Estos cambios de potencial gravitatorio se pueden denominar número geopotencial “C”, el cual se puede expresar en la ecuación 15 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$C = W_0 - W_p \quad \text{Ecuación 15}$$

Hay que tomar en cuenta que la separación de dos superficies de nivel son variables, pero la diferencia de potencial entre estas superficies es constante. Por otro lado, se sabe que tomando en consideración la derivada direccional del potencial correspondería con la componente del vector de fuerza en esa dirección, a lo largo de la línea de la plomada, por lo

que de esta forma se puede representar la gravedad con la ecuación 16 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$g = |\text{grad } W| = \frac{\partial W}{\partial n} \quad \text{Ecuación 16}$$

Donde  $n$  es la dirección de la vertical y  $g$  la aceleración de la gravedad. Se puede concluir con la ecuación 17 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006) que:

$$\frac{\partial W}{\partial n} \approx \frac{\Delta W}{\Delta n} = \frac{W_o - W_p}{\Delta n} = \left( \frac{\partial W}{\partial n} \right)_{\text{medio}} = g \quad \text{Ecuación 17}$$

En este caso la gravedad corresponde a un valor medio porque es para un tramo por lo que se puede decir que el cambio del potencial gravitatorio se puede expresar como en la ecuación 18 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$\Delta W = W_o - W_p = g \Delta n \quad \text{Ecuación 18}$$

Y de esta forma poder expresar el valor del número geopotencial como el valor de la gravedad en el punto por el cambio de nivel tal y como lo indica la ecuación 19 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$C = g \Delta n \quad \text{Ecuación 19}$$

### 2.5.1 Alturas Normales.

Las alturas normales (HN) fueron introducidas por Molodensky, la cual utiliza como superficie base el cuasigeoide tal y como se ve en la figura 5. Y para poder determinar esta altura se necesita conocer la gravedad normal ( $\gamma_0$ ) del modelo de elipsoide de referencia, la cual se calcula con la ecuación 20 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$\gamma_0 = \frac{a \gamma_e \cos^2(\varphi) + b \gamma_e \sin^2(\varphi)}{\sqrt{a^2 \cos^2(\varphi) + b^2 \sin^2(\varphi)}} \quad \text{Ecuación 20}$$

Para finalmente poder aplicar la ecuación de Molodensky (ecuación 21) (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$H_N = \frac{C}{\gamma} \left[ 1 + (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{C}{a\gamma} + \left( \frac{C}{a\gamma} \right)^2 \right] \quad \text{Ecuación 21}$$

A las alturas normales se le aplica una corrección normal a las diferencias de altura medidas, utilizando la ecuación 22 (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$CN_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0}{\gamma_0} HN_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0}{\gamma_0} HN_B \quad \text{Ecuación 22}$$

### 2.5.2 Alturas Ortométricas.

Las alturas ortométricas (H) es la distancia sobre la línea de la plomada real, entre el geoide y el punto de observación ver figura 5. A partir de la nivelación geométrica que se combina con las mediciones de gravedad proporcionan diferencias de potencial, por lo que se obtienen cantidades físicas y se pueden considerar como cantidades derivadas de la diferencia de potencial tal. La nivelación sin gravimetría en la práctica no tiene ningún sentido visto desde un punto de vista muy estricto ya que la nivelación por si sola posee cierres erróneos que no son considerados en esta investigación (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

Debido a esto se aplica la ecuación 23 para conocer las correcciones ortométricas a las diferencias de nivel medidas y así poder obtener las alturas ortométricas (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006).

$$CO_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad \text{Ecuación 23}$$

### 2.5.3 Gravimetría

Las mediciones de gravedad son muy útiles en diferentes áreas, por lo que se han creado distintas formas de obtenerlas como satelital, área, marítima y terrestre, siendo esta última la única que contiene el espectro completo de la longitud de onda para el campo de la gravedad (Lücke et al., 2021)

La forma de medir la fuerza de la gravedad es haciendo uso de la gravimetría, se puede determinar de dos formas, por mediciones absolutas y relativas.

Las mediciones absolutas se dan para un determinado lugar y mediante operaciones realizadas únicamente en ese sitio, sin tener que usar valores de gravedad en otros puntos,

utilizando las técnicas de caída libre, tiro vertical o del péndulo, que esta última ya se dejó de usar. Estas técnicas se encargan de ver los componentes de la aceleración: tiempo y distancias a lo largo de la vertical (Späth, Antokoletz and Tocho, 2022).

Las mediciones relativas determinan la diferencia de gravedad entre dos puntos, donde se debe conocer el valor de gravedad de alguno de ellos. A diferencia de las mediciones absolutas estas solo buscan una componente de la aceleración, el tiempo o la distancia. Se basan en la extensión de un resorte que soporta una masa, y cuando hay un cambio de gravedad la fuerza sobre la masa también cambia y se refleja en la longitud del resorte. La fuerza requerida para devolverlo a la posición estándar genera una medida de valor cambio de gravedad entre una estación y otra. Estas mediciones requieren que se les apliquen correcciones debido a que hay factores que influyen (Späth, Antokoletz and Tocho, 2022). Algunos de estos factores son:

- Por deriva del instrumento, que hace referencia a factores instrumentales como vibraciones, temperatura, relajación del resorte, niveles y calibración.
- Por irregularidades en el terreno, por lo que se aplican reducciones como la de aire libre y la de Bouguer
- Por mareas terrestres y correcciones atmosféricas (Hackney and Featherstone, 2003).

#### **2.5.4 Cuasi geoide**

Para las alturas normales, tal y como se ve en la figura 5, la superficie de referencia no es el geoide ni el elipsoide. En este caso, la superficie en la que se realizan los cálculos es a una superficie casi idéntica a la de la Tierra, llamada teluroide. La teoría de Molodensky trabaja todo con el potencial de gravedad externo a la superficie de la Tierra, por lo que no se requiere de conocimientos de densidad de la tierra, por lo que solo necesita conocer la geometría del campo externo (Vanicek, Kingdon, & Santos, 2012).

El teluroide es una superficie que se parece a la superficie terrestre, es mucho más irregular en relación con el geoide, ya que el geoide es una superficie bastante lisa, sin bordes o irregularidades, la cual según Molodensky, el geoide, es imposible de determinar con suficiente precisión y por lo tanto se introduce una nueva superficie denominada cuasigeoide, esta tiene un comportamiento muy similar al geoide (Vanicek, Kingdon, & Santos, 2012).

La distancia vertical entre el cuasigeoide y el elipsoide de referencia se le denomina altura cuasigeoidal o anomalía de altura ( $\zeta$ ). Esta superficie no tiene ningún significado físico lejos de la costa, esto solo sucede cuando está cerca del geoide (a nivel del mar) (Vanicek, Kingdon, & Santos, 2012).

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA**

Para cumplir con el objetivo general del proyecto, el mismo se dividió en tres etapas metodológicas fundamentales:

- Etapa de diseño
- Etapa de medición
- Etapa de procesamiento y cálculo de datos

### **3.1 ETAPA DE DISEÑO**

En esta etapa se determinaron las características y elementos del área de interés alrededor del mareógrafo, tales como: localización de bancos de nivel existentes, topografía, construcciones, acceso, cimentación y suelo, entre otras. Para el cumplimiento de esta etapa se estudió el sitio de forma previa con el visor del Sistema Nacional de Información Territorial (SNIT) y fotografías satelitales (Google Maps), para posteriormente complementarlas con visitas a cada lugar y así conocer la situación que tiene cada zona en específico.

Por medio del visor se localizó la existencia de bancos de nivel de la red vertical nacional. En el caso de Quepos el banco 1-Q y 2-Q. Por otra parte, para la Zona de Limón se localizó el 57-LA.

Los mareógrafos tanto Quepos como Limón se encuentran administrados por el SINAMOT (Sistema Nacional de Monitoreo de Tsunamis), por tal razón una vez que se aprobó el apoyo de dicha institución, se realizaron las visitas a los lugares para el reconocimiento.

#### **3.1.1 Mareógrafo de Quepos**

Una vez dentro de la Marina Pez Vela se localizaron los lugares donde se colocaron los hitos. Debido a que en dicha marina ya existía una estación de referencia de gravedad absoluta establecido en el 2019 por la Escuela de Ingeniería Topográfica de la Universidad de Costa Rica y el Instituto Geográfico Nacional llamado “QUEP”. El cual cuenta con buenas

bases en cuanto a su cimentación y localización, se decidió hacer uso del mismo como el punto fundamental.

Por medio del aval del Ingeniero Erick Castro, gerente de operaciones y mantenimiento de la marina, se establecieron los puntos de los hitos donde puedan perdurar en el tiempo y mantenerse seguros por lo que en total se establecieron cuatro puntos que cumplieran dichas condiciones. Un detalle importante al momento de elegir los lugares es que, según el Ingeniero Castro, en la marina se llevarán a cabo nuevas construcciones, por lo cual en la elección de los lugares se consideró dejar fuera de posible afectación a los hitos.

Los puntos elegidos tomaron por nombre Q.BM2, Q.BM3, Q.BM4, no se utiliza el nombre Q.BM1 ya que el punto fundamental ya contaba con un nombre (QUEP). Además del punto localizado en el mareógrafo llamado Q.BM.Mareo y del Banco de nivel del IGN llamado 1-Q. La localización de estos puntos se muestra en la figura 6. Una limitación fue que el punto 2-Q no se utilizó debido a que está bajo el techo de la estación de policías, por lo que para observaciones GNSS se vieron afectadas, además, para la nivelación de precisión la estadia era más alta que el techo del lugar por lo que no se podía trabajar con el punto.



Figura 6. Puntos para los circuitos de nivelación y medición de GNSS en Quepos, creado con 3 bancos de nivel, 1 de la red del IGN y un punto del mareógrafo. Fuente propia, 2021.

Una vez que se gestionó el permiso para realizar el amojonamiento de los puntos (con excepción del punto fundamental GNSS), se realizaron las excavaciones de orificios con un diámetro de 0.35 m con una profundidad mínima de 0.85 m, posteriormente se introdujo una armadura (preparada en el lugar) con la chapa de bronce para garantizar una buena estructura, seguidamente se agregó el concreto, tal y como se puede apreciar en la figura 7.



*Figura 7. Proceso de amojonamiento con armadura, chapa de bronce, con relleno de concreto, en Quepos. Fuente: Propia, 2021.*

### **3.1.2 Mareógrafo de Limón**

Para el caso de este mareógrafo se realizó una visita para conocer el lugar. Una vez que se gestionaron los permisos para realizar el proyecto dentro de JAPDEVA, el Ingeniero Adolfo Shadid Gamboa jefe de mantenimiento realizó recomendaciones de los lugares más óptimos para los hitos.

De la misma manera que en el mareógrafo de Quepos se gestionaron los permisos para el amojonamiento y debido a que en su mayoría el muelle de JAPDEVA está cubierto por concreto hidráulico, se obtuvo la ayuda de parte de JAPDEVA para las perforaciones siguiendo las recomendaciones del Ing Gamboa.

En los puntos L.BM2, L.BM3, L.BM4 y L.BM6 se realizó una perforación con un taladro y se empotró el disco de nivel con un epóxido que garantiza la inmovilización y perdurabilidad de dicha chapa.

Por otra parte, se realizó la excavación de dos puntos; un hito (L.BM5) y el punto fundamental del mareógrafo de Limón, llamado BM.Limón. Para el caso del punto llamado L.BM5 se realizó un orificio de 30 cm x 30 cm x 80 cm de profundidad, donde se colocó la armadura y posteriormente se relleno de concreto.

El punto fundamental (BM.Limón) consistió en una excavación de 40 cm x 40 cm x 1 m de profundidad con una losa de 5 cm de espesor de 90 cm x 90 cm en forma triangular. De igual forma que el punto anterior se colocó la armadura y se relleno de concreto.

Importante mencionar, que en este punto no se utilizó una chapa de bronce, ya que se siguió la recomendación de la UNAVCO (Mast, 2022), quien brinda el diseño de un pin de acero el cual va ir dentro del concreto en lugar de la chapa de bronce. En conjunto con el diseño del pin, a partir de las recomendaciones se colocaron 3 argollas alrededor del pin, las cuales se utilizaron para colocar las cadenas que le dieron soporte al bastón (el mismo siguió un diseño proporcionado por la UNAVCO) en el que va la antena GNSS, como se puede ver en la figura 8.



*Figura 8. Colocación del mojón de concreto según las recomendaciones de la UNAVCO en el puerto de JAPDEVA.  
Fuente: Propia, 2021.*

Con este punto de control cerca del mareógrafo y junto con los otros 5 puntos de la red se completó el proceso de amojonamiento, añadido a esto se le agregó dos puntos más el de la red nacional del IGN (57-LA) que está en el parque central de Limón y el punto localizado en el mareógrafo el cual se llama L.BM.Mareo para que de esta forma se complete la red de la nivelación, la cual se puede apreciar en la figura 9.



Figura 9. Puntos para los circuitos de nivelación y medición de GNSS Limón, creado con 6 bancos de nivel, 1 de la red del IGN y un punto del mareógrafo. Fuente propia, 2021.

## 3.2 ETAPA DE MEDICIÓN

### 3.2.1 Nivelación

#### Metodología empleada.

Se empleó la nivelación geométrica utilizando la técnica compuesta con el paso promedio.

Con el amojonamiento ya listo se procedió con la nivelación geométrica sobre las líneas de nivelación en Limón. En la figura 10 se muestran los hitos y dichas líneas al igual que en la tabla 1.



Figura 10. Líneas de nivelación en Limón. Fuente: Propia, 2021.

Tabla 1. Líneas de nivelación en Limón.

<b>Red de Nivelación de Limón</b>
BM.Limón a L.BM2
L.BM2 a L.BM3
L.BM3 a L.BM4
L.BM4 a L.BM5
L.BM6 a 57-LA
BM.Limón a L.BM3
BM.Limón a L.BM4
L.BM3 a 57-LA
BM.Limón a L.BM.Mareo

Fuente: Propia, 2021

Los equipos utilizados para la nivelación geométrica tanto en el mareógrafo de Limón como en el de Quepos fueron:

- Nivel digital Leica LS15
- Mira invar Leica para el nivel digital Leica LS15
- Trípode de madera GST120-9 de versión pesada para la instalación del nivel.
- Bípode para la mira.
- Placas de nivelación y rotación de la mira (Sapos)

En el caso de la Marina Pez vela se utilizó el mismo método con la misma técnica empleada en el muelle de JAPDEVA. Los circuitos realizados se muestran en la figura 11 y en la tabla 2.



Figura 11. Líneas de nivelación en Quepos. Fuente: Propia, 2021.

Tabla 2. Líneas de nivelación en Quepos.

<b>Red De Nivelación de Quepos</b>
Q.BM2 a Q.BM3
Q.BM4 a Q.BM2
Q.BM3 a Q.BM4
QUEP a Q.BM4
Q.BM.Mareo a 1-Q
QUEP a Q.BM.Mareo
1-Q-BM a QUEP
Q.BM2 a 1-Q
Q.BM.Mareo a Q.BM2
Q.BM2 a QUEP

*Fuente: Propia, 2021*

### **Procedimiento de campo:**

De acuerdo a las especificaciones brindadas en el manual de Geodetic Leveling (Schomaker and Berry, 1981) se llevaron a cabo las labores de campo para la nivelación de la siguiente manera.

Al implementar la técnica de nivelación compuesta y por el tipo de estadia utilizada, se procedió a trabajar con dos personas por mira y dos personas con el nivel. Lo cual garantiza la verticalidad de la estadia y la posibilidad de girar la misma a la hora de avanzar con el siguiente tramo, para que, en la siguiente lectura, el ángulo de inclinación que se generó anteriormente, sea lo más similar posible y por ende el error se reduzca considerablemente, tal y como se aprecia en la figura 12.

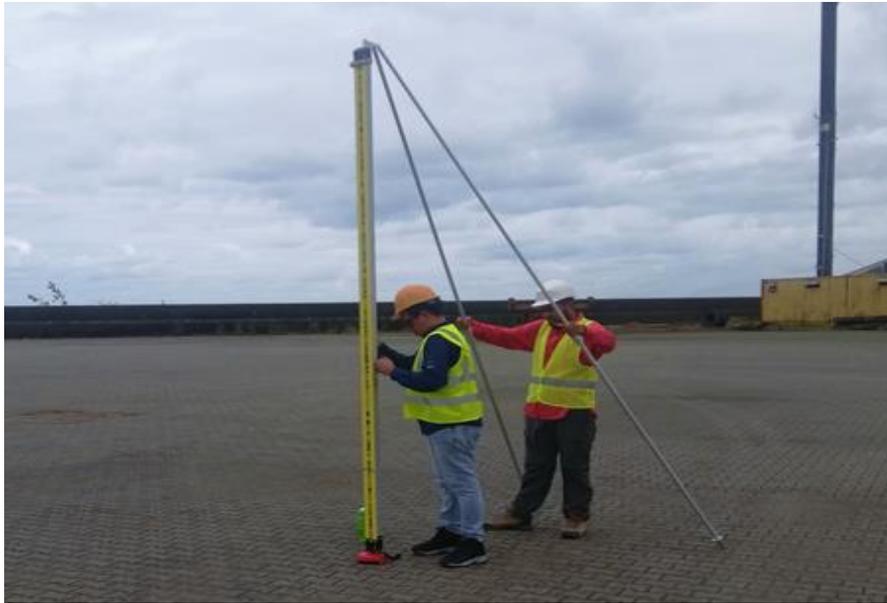


Figura 12. Manejo de la estadia invar por dos asistentes para asegurar una adecuada verticalidad. Fuente: Propia, 2020.

Se trabajó con distancias que no sobrepasan los 50 metros, tanto para frente y espalda para así reducir los errores sistemáticos ya mencionados. Para el cálculo de la distancia se utilizó la técnica del conteo de pasos como premisa para posteriormente confirmar la distancia con la indicada por el nivel electrónico.

Se realizaron al menos tres lecturas con el equipo por cada observación, las cuales se anotaron en la libreta junto con una fotografía para que quedaran registros de los datos obtenidos en la medición, los cuales eran la distancia y el hilo del medio.

Como el terreno es relativamente plano, ninguna observación quedó por debajo de los 0.5 metros y superior a los 2.5 metros.

Los tramos de nivelación consistieron en dos trayectos por línea de nivelación, donde cada trayecto tenía un sentido diferente, es decir, el primer trayecto de A-B y el segundo de B-A, lo cual permitió calcular si el error de cierre asociado a dicho tramo se encontraba dentro de la tolerancia.

Al momento de iniciar la nivelación, así como el cierre del tramo, se utilizó la misma estadia con el fin de que se contemplaran las mismas variables de fabricación de la mira, y así reducir considerablemente los posibles errores debidos a la diferencia de fabricación entre cada regla.

### 3.2.2 Medición GNSS

Se realizó la medición por medio de equipos GNSS sobre los bancos de nivel de la red de nivelación, obteniendo los valores de su posición horizontal y las alturas elipsoidales de los mismos en el sistema de referencia horizontal CR-SIRGAS, reducido a la época 2019.24 (SIRGAS es el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas) enlazados al marco internacional de referencia ITRF14.

Las observaciones GNSS se realizaron en diferentes fechas, para el mareógrafo de Limón durante los días sábado 01 de febrero del 2020 hasta el lunes 03 de febrero del 2020, posteriormente, se realizó otra gira para las mediciones GNSS el sábado 15 de febrero y el domingo 16 de febrero del 2020.

El equipo utilizado en la primera gira de limón fue:

- Receptor GNSS Trimble R7
- Antena Trimble Zephyr Geodetic 2
- Bastón de acero con altura de 1.1574m
- Cadenas de 2 m de largo y sus debidas argollas para el anclaje de las mismas
- Un nivel de burbuja en escuadra
- Un colector Trimble
- Batería de carro
- Baterías externas Trimble
- Los cables necesarios para la conexión entre el receptor, batería y antena.

Para la segunda gira de Limón y la segunda gira de Quepos, se utilizó además del equipo anteriormente mencionado:

- Receptor GNSS R5
- Antena Trimble Zephyr Geodetic 3
- Bases en la cual va colocada la antena
- Trípode de madera
- Cinta métrica

## Metodología empleada

Se opta por una medición estática relativa, tanto en Quepos como en Limón se tiene un punto fundamental GNSS, dicho punto funciona para enlazar las mediciones GNSS al sistema CR-SIRGAS. Para conocer el tiempo mínimo de observación de cada punto fundamental, se utiliza la ecuación 3 en la que se determinó el tiempo mínimo en el caso de Limón de 9.47 horas, mientras que en Quepos fue de 6.76 horas.

Por otra parte, a los demás hitos también se les realizaron observaciones GNSS. Para el caso del mareógrafo de Limón el punto más lejano con respecto al BM.Limón es el banco de nivel oficial del IGN (57-LA) a una distancia de 709.325 m y en el mareógrafo de Quepos la distancia más lejana de QUEP es al Q.BM4 de 293.919 m. Por lo tanto, el tiempo mínimo requerido para la observación es de 22 minutos. Por lo tanto, una vez que se obtuvo el tiempo mínimo para la precisión requerida, se decidió utilizar un tiempo mayor para generar una mayor redundancia de datos.

Con los puntos fundamentales una vez obtenido el tiempo mínimo, se decidió realizar observaciones de mayor duración al mínimo para obtener una mayor redundancia de datos, para el caso de BM.Limón se tuvo un rango de observación de 49 horas. En la figura 13 se muestra el tipo de anclaje que tuvo el punto durante dicha observación.



Figura 13. Medición con GNSS del punto fundamental, BM.Limón, en Limón. Fuente: Propia, 2020.

Por otra parte, en el punto QUEP tuvo un tiempo de observación de 46 horas, la figura 14 muestra el anclaje utilizado en este punto.



*Figura 14. Medición con GNSS del punto fundamental, QUEP, en Quepos. Fuente: Propia, 2020.*

### **3.2.3 Medición gravimétrica.**

Las mediciones gravimétricas se realizaron en cada punto de la red para poder obtener el incremento de gravedad.

El equipo utilizado para las mediciones fue:

- Gravímetro Relativo Burris Automático ZLS Corporation 89BBE.
- Placa nivelante para la instalación del gravímetro.

### **Metodología empleada**

El método utilizado fue mediciones relativas, las cuales fueron realizadas por Dr. Oscar Lücke para el caso del mareógrafo de Quepos y el Ing. Alonso Vega para el caso del mareógrafo de Limón con el cual se obtuvieron los deltas de gravedad de los hitos con respecto a un punto con gravedad conocida; para el punto en el mareógrafo de Quepos se usó el punto de gravedad absoluta QUEP en Quepos y para el mareógrafo de Limón se usó el punto absoluto UCRL ubicado en la sede de la Universidad de Costa Rica en Limón.

Para estas mediciones es recomendable hacer circuitos de observaciones cerrados, por lo que se comienza en el punto base (punto con gravedad absoluta) y se va midiendo sobre los demás puntos con gravedad desconocida para posteriormente concluir el circuito con el

punto base. Esto con el fin de controlar la deriva instrumental (Späth, Antokoletz and Tocho, 2022).

Para la medición se colocó la placa nivelante sobre el punto de interés, posteriormente se midió la altura entre el punto y la parte superior de la placa, se niveló el gravímetro y se quitó el seguro de la masa para obtener el valor de referencia, este valor se anotó en la libreta de campo y se realizó el mismo proceso 3 veces seguidas por punto para evitar sesgos, y para analizar las desviaciones de cada punto con el fin de evaluar las observaciones y decidir si se continua con otro punto o si se debe realizar más observaciones, además se guardó los datos en el colector para contar con un respaldo.

Las mediciones para la red de Limón se realizaron el 25 y 26 de enero del 2020 tal y como se muestra en la tabla 3

*Tabla 3. Nombre del punto y con la fecha y hora de la medición gravimétrica en Limón realizada por el Ing. Alonso Vega.*

<b>Punto</b>	<b>Día</b>	<b>Hora UTC -6</b>
UCRL	25/1/2020	13:30:00
L.BM4	25/1/2020	14:22:12
L.BM5	25/1/2020	14:39:30
L.BM6	25/1/2020	15:06:26
L.BM2	25/1/2020	15:37:55
BM.Limón	25/1/2020	16:00:17
L.BM3	25/1/2020	16:38:14
57-LA	25/1/2020	16:56:10
UCRL	25/1/2020	17:28:42
UCRL	26/1/2020	8:50:41
L.BM4	26/1/2020	10:13:07
L.BM3	26/1/2020	11:04:25
BM.Limón	26/1/2020	12:04:37
L.BM.Mareo	26/1/2020	12:47:35
L.BM3	26/1/2020	13:51:41
UCRL	26/1/2020	15:18:29

*Fuente: Vega, 2019*

Por otro lado, las observaciones gravimétricas en Quepos se realizaron el 5 de octubre del 2021. La tabla 4 muestra el orden de medición.

*Tabla 4. Nombre del punto y con la fecha y hora de la medición gravimétrica en Quepos realizada por el Dr. Oscar Lücke.*

<b>Punto</b>	<b>Día</b>	<b>Hora UTC -6</b>
QUEP	5/10/2021	10:57:00
Q.BM.Mareo	5/10/2021	11:29:29
1-Q	5/10/2021	11:44:53
Q-QUEP	5/10/2021	11:54:37
Q.BM2	5/10/2021	12:04:55
Q.BM3	5/10/2021	12:20:25
Q.BM4	5/10/2021	12:32:25
QUEP	5/10/2021	12:48:21

*Fuente: Lücke, 2021*

### **3.3 ETAPA DE PROCESAMIENTO Y CÁLCULO DE DATOS**

#### **3.3.1 Enlace de los sensores a los puntos de la red.**

Por medio de la nivelación geométrica de precisión realizada por el See Level Center de la Universidad de Hawái se enlaza los sensores de los mareógrafos, que tienen por nombre “RAD” y “RA2”, al punto de nivel localizado en la base de cada mareógrafo, que fueron llamados “L.BM.Mareo” y “Q.BM.Mareo”.

#### **3.3.2 Desniveles geométricos**

Para el cálculo de desniveles geométricos se usó el software de Excel®, donde se realizó el ajuste por mínimos cuadrados a los circuitos de nivelación y posterior a eso se calcularon las diferencias de nivel entre cada hito y el punto de referencia permanente, usando la ecuación 24:

$$\Delta n = n_2 - n_1 \quad \text{Ecuación 24}$$

#### **3.3.3 Ajuste de las mediciones gravimétricas**

Se descargaron los datos del colector para posteriormente procesarlos y realizar las correcciones sobre deriva y anomalía de aire libre utilizando el software de Excel®.

### **3.3.4 Desniveles ortométricos**

Con ayuda del software de Excel® y utilizando la ecuación 22 se aplica las correcciones ortométricas para luego sumar los desniveles geométricos y de esta forma obtener los desniveles ortométricos.

### **3.3.5 Desniveles de altura elipsoidales**

En un inicio se optó por el software libre GAMIT/GLOBK para el procesamiento de las observaciones GNSS, dicho software se destaca por su enfoque científico, el cual toma en cuenta ciertas variables que un software comercial usualmente no utiliza, tal es el caso de modelos geofísicos, efectos de mareas terrestres y efectos por refracción atmosférica (Yu Li, 2021). A pesar de las grandes ventajas que dicho software proporciona su curva de aprendizaje puede llegar a ser difícil debido a que posee una interfaz gráfica, ya que se trabaja por comandos de consola. Por lo tanto, debido a la complejidad del mismo en cuanto su uso, se decidió utilizar un software comercial a pesar de sus limitantes en comparación a GAMIT/GLOBK.

Por tanto, con ayuda del software de Survey Office de la casa comercial Spectra® Geospatial se descargaron las efemérides precisas y se procesaron las observaciones GNSS. Para el caso de los puntos fundamentales, estos fueron procesados utilizando las estaciones de medición continua de Costa Rica CIQE, LIMN, NEIL, RIDC y SAGE.

Una vez que los puntos fueron procesados, se realizó el ajuste libre, y luego se procedió con el ajuste amarrado tomando las estaciones de medición continua como puntos fijos, dando como resultado coordenadas en el datum oficial de Costa Rica CR-SIRGAS para la época 2019.24.

Para el caso de los demás puntos de la red, el postproceso contempló los puntos fundamentales procesados y ajustados. Es decir, en Limón se utilizó el BM.Limón, LIMN y RIDC. Y en el caso de Quepos se utilizaron QUEP, RIDC y SAGE.

A partir de las coordenadas obtenidas y con ayuda del software de Excel®, se calcularon las diferencias entre estas alturas elipsoidales siguiendo los tramos de la nivelación geométrica utilizando la ecuación 25:

$$\Delta h = h_2 - h_1 \quad \text{Ecuación 25}$$

Otra limitación presentada en el proyecto es que los sensores de los mareógrafos se encontraban anclados a un tubo que se sale del muelle, por lo que no se pudo colocar el instrumento GNSS de forma directa, por tal motivo se utilizó el punto más cercano a los sensores que tenga altura elipsoidal y por medio de las diferencias de nivel geométrico se le dio el valor de altura elipsoidal a los sensores del mareógrafo RAD y RA2. Es importante mencionar que se despreció la desviación de la vertical debido a que los puntos nivel del mar.

### 3.3.5 Prueba T de Student

Con ayuda de la prueba de T Student se verificaron si las diferencias entre los desniveles geométricos y los desniveles elipsoidales eran significativas. Para este caso se realizó la prueba para dos muestras independientes, con un nivel de confianza del 95%. En el que se tomó el supuesto de normalidad en los datos. Tomando como hipótesis nula lo siguiente:

$$H_0: u_1 = u_2$$

Donde:

$$u_1 = \text{media de } \Delta h \text{ geométrico}$$

$$u_2 = \text{media de } \Delta h$$

### 3.3.6 Alturas Normales.

Con el software de Excel® se calcularon las alturas normales, sin embargo, para este cálculo se necesita conocer el valor de  $W_0$  y  $W_b$  de los puntos fundamentales para cada mareógrafo, por lo que para  $W_0$  se utilizó el valor suministrado por la Asociación Internacional de Geodesia en la Resolución del 2015 llevada a cabo en República Checa.

Para conocer el valor de  $W_b$  se utilizó la página International Centre for Global Earth Models (ICGEM), donde se calculó el potencial en el punto utilizando el modelo geoidal EIGEN 6C4, este modelo contempla datos de LAGEOS, GRACE, GOCE y datos terrestres DTU, por lo que al ser un modelo global posee una resolución espacial de 9 km (Foerste, et al., 2014). Este modelo, de acuerdo al Ing. Alonso Vega, quien realizó un estudio de modelos geodésicos en el 2016 de Quepos a Herradura, es el de menor error medio cuadrático. Por lo

que, debido a su cercanía con respecto a Quepos y los resultados obtenidos por su investigación, se decidió utilizar dicho modelo.

Por lo tanto, conociendo los valores de  $W_0$  y  $W_b$  se utilizó la ecuación 15 para determinar el valor del número geopotencial de cada punto fundamental.

Posteriormente se calcularon los demás números geopotenciales utilizando la ecuación 19 haciendo uso de los desniveles geométricos ajustados y los valores de la gravedad. Por otro lado, se utilizó la ecuación 20 para el cálculo de la gravedad normal de cada punto para finalmente con la ecuación de Molodensky (ver ecuación 21) se determinó la altura normal de cada punto.

Con ayuda de la ecuación 22 se aplica una corrección normal a los desniveles medidos para luego hacer una comparación de los diferentes desniveles.

## CAPÍTULO 4. DESARROLLO

En el siguiente capítulo se abordarán los resultados alcanzados con respecto a las diferentes mediciones obtenidas y sus correspondientes análisis.

### 4.1 RELACIÓN DEL CERO DEL MAREÓGRAFO CON EL PUNTO DE NIVEL DEL MAREÓGRAFO.

Utilizando la nivelación geométrica realizada por el See Level Center de la Universidad de Hawaii, cuyos datos fueron facilitados por Jason Klem en coordinación con el SINAMOT de la Universidad Nacional se hace el enlace de los sensores del mareógrafo RAD y RA2 los cuales se refieren a un sensor de radar que permite obtener las variaciones del espejo de agua con respecto a L.BM.Mareo para el caso de Limón y Q.BM.Mareo para el caso de Quepos. Por lo que de esta forma se logra relacionar el cero del sensor del mareógrafo con los demás puntos de control establecidos en el proyecto.

Para la nivelación geométrica en el mareógrafo de Limón se obtuvieron los desniveles mostrados en la tabla 5:

*Tabla 5. Diferencias de nivel entre la chapa de control del mareógrafo de Limón y los sensores.*

<b>Observaciones</b>	<b><math>\Delta</math> Promedio (m)</b>
L.BM.Mareo a RAD	-0.2537
L.BM.Mareo a RA2	-0.0272

*Fuente: SeeLevel Center de la Universidad de Hawaii*

Y para el mareógrafo de Quepos los desniveles se pueden ver en la tabla 6.

*Tabla 6. Diferencias de nivel entre la chapa de control del mareógrafo de Quepos y los sensores.*

<b>Observaciones</b>	<b><math>\Delta</math> Promedio (m)</b>
Q.BM.Mareo a RAD	-1.9637
Q.BM.Mareo a RA2	-1.9629

*Fuente: See Level Center de la Universidad de Hawaii*

Los valores mostrados en la tabla 5, colocan el sensor RAD a 25.37 cm por encima de la chapa de nivel del mareógrafo de Limón, mientras que para el caso del RA2 lo ubican a 2.72 cm arriba de la chapa, es decir, se encuentra casi a la misma altura.

Por el lado de Quepos, los sensores se localizan a mayores alturas con respecto a Q.BM.Mareo, siendo casi idéntica tanto para el sensor de RAD y RA2. Tal y como se ve en la tabla 6.

## 4.2 DESNIVELES GEOMÉTRICOS.

Para el desarrollo del proyecto se obtuvieron los desniveles geométricos a partir de la nivelación realizada en cada lugar. Para el caso de la nivelación en Limón se obtuvieron los desniveles mostrados en la tabla 7.

*Tabla 7. Resultados de la nivelación en Limón.*

<b>Observaciones</b>	<b><math>\Delta</math> IDA (m)</b>	<b><math>\Delta</math> Vuelta (m)</b>	<b>Distancia (m)</b>	<b>Error de cierre (m)</b>	<b>Exactitud Nominal (m)</b>	<b>Tolerancia (m)</b>
BM2 a BM.Limón	0.31845	-0.31826	347.4035	0.00019	0.2	0.11788
L.BM3 a L.BM2	0.33858	-0.33928	265	-0.0007	0.2	0.10296
L.BM4 a L.BM3	-1.0395	1.03904	345.293	-0.00046	0.2	0.11752
L.BM5 a L.BM4	0.2526	-0.25234	122.992	0.00026	0.2	0.07014
L.BM6 a L.BM5	0.18575	-0.18542	130.9965	0.00033	0.2	0.07239
57-LA a L.BM6	0.09944	-0.09908	145.7365	0.00036	0.2	0.07635
BM.Limón a L.BM.Mareo	-0.17287	0.17286	23.6595	-0.00001	0.2	0.03076
L.BM3 a BM.Limón	0.65787	-0.65792	538.518	-0.00005	0.2	0.14677
BM.Limón a L.BM4	0.38242	-0.38196	763.1675	0.00046	0.2	0.17472
L.BM3 a 57-LA	0.50226	-0.50117	259.126	0.00109	0.2	0.10181

*Fuente: Propia, 2021*

Y para el caso de la nivelación en Quepos los desniveles se pueden observar en la tabla 8.

Tabla 8. Resultados de la nivelación en Quepos.

Observaciones	$\Delta$ IDA (m)	$\Delta$ Vuelta (m)	Distancia (m)	Error de cierre (m)	Exactitud Nominal (m)	Tolerancia (m)
Q.BM2 a Q.BM3	0.20752	-0.20798	204.165	-0.00046	0.2	0.09037
Q.BM4 a Q.BM2	2.0568	-2.05633	301.341	0.00047	0.2	0.10979
Q.BM3 a Q.BM4	-2.26292	2.26302	212.212	0.0001	0.2	0.09213
QUEP a Q.BM4	0.16763	-0.16729	356.946	0.00034	0.2	0.11949
Q.BM.Mareo a 1-Q	-2.01442	2.01419	506.237	-0.00023	0.2	0.14230
QUEP a Q.BM.Mareo	2.87126	-2.87035	323.782	0.00091	0.2	0.11380
1-Q a QUEP	-0.85388	0.85413	223.006	0.00025	0.2	0.09445
Q.BM2 a 1-Q	-1.36623	1.36688	345.404	0.00065	0.2	0.11754
Q.BM.Mareo a Q.BM2	-0.64572	0.64686	374.892	0.00114	0.2	0.12246
Q.BM2 a QUEP	-2.22078	2.22078	159.075	0.00000	0.2	0.07977

Fuente: Propia, 2021

En ambas nivelaciones se realizó un ajuste de pesos por mínimos cuadrados utilizando el promedio del valor absoluto de las observaciones de ida y de vuelta, tal y como se puede apreciar en las tabla 9 y tabla 10, respectivamente.

Tabla 9. Ajuste de la nivelación geométrica en Limón.

Observaciones	$\Delta$ Promedio (m)	$\Delta$ Ajustado (m)	$\sigma$ Error Obs. Ajustada (m)
L.BM2 a BM.Limón	0.31836	0.3184	0.00074
L.BM3 a L.BM2	0.33893	0.33898	0.00069
L.BM4 a L.BM3	-1.03927	-1.03933	0.00068
L.BM5 a L.BM4	0.25247	0.25255	0.00052
L.BM6 a L.BM5	0.18559	0.18566	0.00053
57-LA a L.BM6	0.09926	0.09941	0.00055
BM.Limón a L.BM.Mareo	-0.17287	-0.17285	0.0001
L.BM3 a BM.Limón	0.65789	0.65738	0.00075
BM.Limón a L.BM4	0.38219	0.38195	0.00087
L.BM3 a 57-LA	0.50172	0.50171	0.00068

Fuente: Propia, 2021

Tabla 10. Ajuste de la nivelación geométrica en Quepos.

Observaciones	$\Delta$ Promedio (m)	$\Delta$ Ajustado (m)	$\sigma$ Error Obs. Ajustada (m)
Q.BM2 a Q.BM3	0.20775	0.20775	$\pm 0.00172$
Q.BM4 a Q.BM2	2.05657	2.05705	$\pm 0.00074$
Q.BM3 a Q.BM4	-2.26297	-2.2648	$\pm 0.00069$
QUEP a Q.BM4	0.16746	0.166	$\pm 0.00068$
Q.BM.Mareo a 1-Q	-2.01431	-2.01705	$\pm 0.00052$
QUEP a Q.BM.Mareo	2.87081	2.87106	$\pm 0.00053$
1-Q a QUEP	-0.85401	-0.85401	$\pm 0.00055$
Q.BM2 a 1-Q	-1.36656	-1.36904	$\pm 0.00010$
Q.BM.Mareo a Q.BM2	-0.64679	-0.64801	$\pm 0.00075$
Q.BM2 a QUEP	-2.22078	-2.22305	$\pm 0.00087$

Fuente: Propia, 2021.

A partir de la tabla 7 se muestran 10 observaciones realizadas en Limón (tramos de nivelación) para un total de 8 incógnitas, dando como resultado 2 grados de libertad. Durante la medición de esos tramos de nivel se lograron tener errores de cierre no mayor a 2 mm siendo el tramo L.BM3 a 57-LA el que mayor error de cierre presenta con un 0.00109m. Por lo tanto, las observaciones realizadas se encuentran dentro de las tolerancias de cada tramo. Una vez realizado el ajuste de dichas observaciones, se obtuvieron los valores ajustados que se indican en tabla 9, lo cual muestra que el tramo con mayor diferencia de nivel es la línea L.BM4 a L.BM3.

Por otro lado, en el caso de Quepos se realizaron un total de 10 observaciones para 6 incógnitas, dando como resultado 4 grados de libertad. En cuanto a los errores de cierre el más grande es de 0.00114m. Una vez realizado el ajuste de igual manera que Limón, se obtienen las observaciones ajustadas las cuales se muestran en tabla 10. Como resultado, el tramo con mayor diferencia de nivel es el QUEP a Q.BM.Mareo.

#### 4.2.1 Enlace de los hitos de la red de Limón y Quepos al datum vertical oficial de Costa Rica.

Con los desniveles geométricos ajustados se obtuvieron las alturas dentro del datum vertical, a partir de los Hitos oficiales utilizados en cada zona de trabajo, 57-LA para el caso

de Limón y 1-Q para Quepos. Dando como resultado lo que se muestra en la tabla 11 y tabla 12.

*Tabla 11 Alturas de los hitos en Limón referidas al datum oficial de Costa Rica.*

<b>Punto</b>	<b>Altura del Datum Oficial (m)</b>
L.BM.Limón	2.23463
L.BM2	2.55303
L.BM3	2.89201
L.BM4	1.85268
L.BM5	2.10523
L.BM6	2.29089
L.BM.Mareo	2.39030
57-LA	2.40719

*Fuente: Propia, 2021.*

Como se puede apreciar en tabla 11 el punto de menor altura es el L.BM4 que se encuentra a 1.85268 m, mientras que el punto más alto es el L.BM3 con 2.89201 m. Es decir, la diferencia entre el punto más alto y el más bajo es de 1.03933 m.

*Tabla 12. Alturas de los hitos en Quepos referidas al datum oficial de Costa Rica.*

<b>Punto</b>	<b>Altura del Datum Oficial (m)</b>
QUEP	5.73721
Q.BM2	3.51416
Q.BM3	3.30641
Q.BM4	5.57121
Q.BM.Mareo	2.86615
1-Q	4.88320

*Fuente: Propia, 2021.*

En la tabla 12 se puede observar que el punto de menor altura es el que está más cerca del mareógrafo, el Q.BM.Mareo con 2.86615 m y el punto fundamental del mareógrafo es el que posee mayor altura con 5.73721 m. Obteniendo así un promedio de 4.13036 m en los puntos, y una diferencia entre el punto más alto y el punto más bajo de 2.87106 m, lo que refleja una mayor variación que la observada en la zona de Limón.

#### 4.2.2 Enlace de los sensores de los mareógrafos con el datum vertical oficial de Costa Rica por medio de los desniveles geométricos.

A partir de la relación obtenida de los sensores de cada mareógrafo con L.BM.Mareo para el caso de Limón y Q.BM.Mareo para el caso de Quepos (ver tabla 5 para Limón y tabla 6 para Quepos) y los resultados obtenidos a partir de la nivelación geométrica, se obtuvieron las diferencias de nivel entre el banco de nivel oficial de Costa Rica el punto 57-LA (para Limón, tabla 13) y 1-Q (para Quepos, tabla 14) versus los diferentes sensores para cada mareógrafo. El banco de nivel 57-LA tiene una elevación oficial de 2.3903 m y el banco de nivel 1-Q cuenta con una altura de 4.8832 m (Ver anexo 1).

Tabla 13. Relación entre el Banco de Nivel Oficial 57-LA y los diferentes sensores del mareógrafo Limón.

Línea	$\Delta n$ (m)
57-LA - RAD	-0.27088
57-LA - RA2	-0.04438

Fuente: Propia, 2021

Tabla 14. Relación entre el Banco de Nivel Oficial 1-Q y los diferentes sensores del mareógrafo Quepos.

Línea	$\Delta n$ (m)
1-Q - RAD	0.05335
1-Q - RA2	0.05415

Fuente: Propia, 2021

Por lo que, se obtuvo la elevación de los sensores conforme al Datum Vertical Oficial de Costa Rica, donde, dichos resultados se presentan en las tabla 15 y tabla 16 respectivamente:

Tabla 15. Altura de los diferentes sensores del mareógrafo Limón, sobre el Datum Vertical Oficial de Costa Rica.

Sensores Mareógrafo Limón	Altura según Datum Vertical de Costa Rica (m)
RAD	2.66118
RA2	2.26183

Fuente: Propia, 2021

Tabla 16. Altura de los diferentes sensores del mareógrafo Quepos, sobre el Datum Vertical Oficial de Costa Rica.

Sensores Mareógrafo Quepos	Elevación según Datum Vertical de Costa Rica (m)
RAD	4.82985
RA2	4.82904

Fuente: Propia, 2021

En el caso de Limón el RAD se localiza a 0.27088 m por encima del punto 57-LA, mientras que el RA2 se ubica más cerca del punto 57-LA no obstante siempre está por encima de él a 0.04438 m. Para el caso de Quepos, el sensor RA2 se localiza 0.05415 m del punto del punto 1-Q, y del sensor RAD está por encima del hito del IGN a 0.05335 m. La diferencia de altura de cada sensor con base al datum vertical oficial se aprecia en la figura 15. Siendo los sensores de Quepos los que mayor altura presentan.

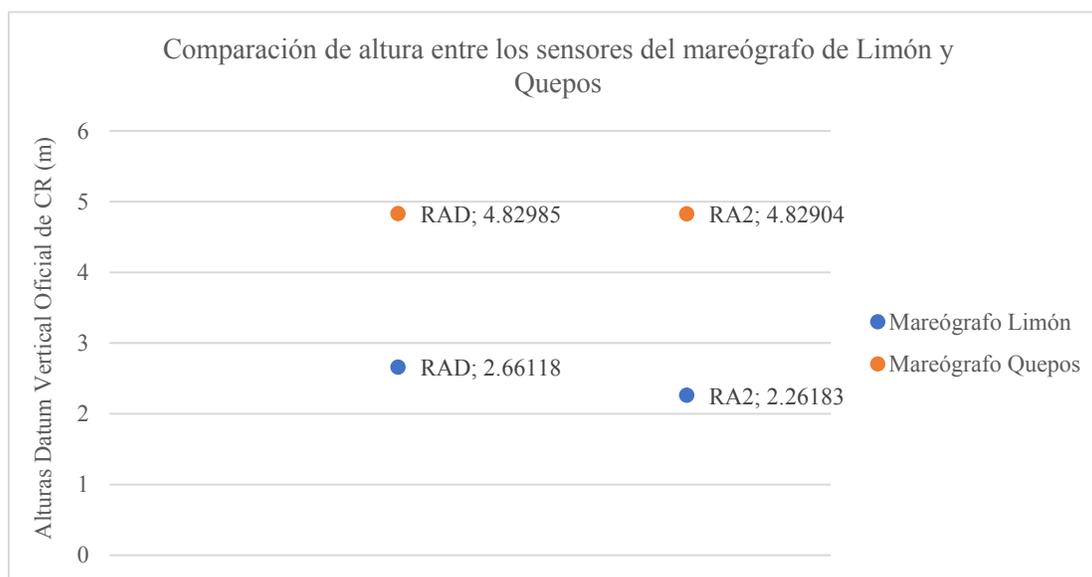


Figura 15. Comparación de las alturas finales para los sensores RAD y RA2 en el mareógrafo de Limón y Quepos. Fuente: Propia., 2021.

### 4.3 OBSERVACIONES GRAVIMÉTRICAS

Los valores absolutos de gravedad para el punto QUEP localizado en Quepos es de 978195.232 mGal y el de UCRL localizado en Limón es de 978208.466 mGal, a partir de la nueva red de referencia de gravedad absoluta (Lücke et al., 2019). Los datos fueron obtenidos mediante el sistema AGrav de la Federal Agency for Cartography and Geodesy (BKG) y el BGI, el cual presenta un visor web donde se pueden acceder a los valores de gravedad absoluta para distintos puntos distribuidos en todo el mundo, entre ellos la red gravimétrica del Costa Rica.

A partir de las observaciones gravimétricas y los ajustes realizados en el mareógrafo de Quepos y en el mareógrafo de Limón por el Dr Oscar Lücke y el Ing. Alonso Vega respectivamente, se obtienen los valores medios de gravedad para los puntos en Limón, En la tabla 17 y tabla 18 se muestran las lecturas realizadas para los puntos con el gravímetro relativo.

Tabla 17. Lectura de la fuerza de gravedad para el primer día de medición en Limón realizadas por el Ing. Alonso Vega.

<b>Punto</b>	<b>Lectura (mGal)</b>	<b><math>\sigma</math> (mGal)</b>
UCRL	1618.485	$\pm 0.010$
L.BM4	1625.75	$\pm 0.002$
L.BM5	1625.803	$\pm 0.012$
L.BM6	1625.694	$\pm 0.006$
L.BM2	1625.057	$\pm 0.004$
BM.Limón	1624.513	$\pm 0.002$
L.BM3	1625.374	$\pm 0.002$
57-LA	1625.789	$\pm 0.003$
UCRL	1618.491	$\pm 0.010$

Fuente: Vega, 2019.

Tabla 18. Lectura de la fuerza de gravedad para el segundo día de medición en Limón realizadas por el Ing. Alonso Vega.

<b>Punto</b>	<b>Lectura (mGal)</b>	<b><math>\sigma</math> (mGal)</b>
UCRL	1618.511	$\pm 0.005$
L.BM4	1625.692	$\pm 0.008$
L.BM3	1625.386	$\pm 0.003$
BM.Limón	1624.414	$\pm 0.003$
BM-Mareo	1624.253	$\pm 0.003$
L.BM2	1624.977	$\pm 0.008$
UCRL	1618.568	$\pm 0.009$

Fuente: Vega, 2019.

Un aspecto importante a analizar son las desviaciones estándar de las tabla 17 y tabla 18 la observación del punto L.BM5 es el que mayor desviación estándar tiene. Si se analiza la ubicación del hito, este se encuentra en la entrada de JAPDEVA, en donde hay mucho tránsito de personas y de vehículos, ya que también se encuentra muy cerca de la calle pública. Los demás puntos también se encuentran influenciados por el ruido cultural como: vehículos, barcos, vehículos pesados, grúas, el tránsito de personas y oleaje.

A estas lecturas realizadas por el Ing Vega en Limón se le aplicó la corrección de deriva y de la anomalía de aire libre dando como resultado las observaciones mostradas en tabla 19:

Tabla 19. Observaciones gravimétricas corregidas para los puntos de Limón

<b>Punto</b>	<b>Lectura Corregida (mGal)</b>
BM.Limón	1624.5094
L.BM.Mareo	1625.8128
L.BM2	1625.0845
L.BM3	1625.4010
L.BM4	1625.7788
L.BM5	1625.8017
L.BM6	1625.6914
57-LA	1624.2517

Fuente: Vega, 2019.

Para finalmente obtener el valor de gravedad absoluto de cada punto en Limón, tal y como se ve en la tabla 20.

*Tabla 20. Valores de la fuerza de gravedad para los puntos en Limón.*

<b>Punto</b>	<b>Gravedad (mgal)</b>	<b><math>\sigma</math> (mGal)</b>
BM.Limón	978214.4904	$\pm 0.0282$
L.BM.Mareo	978214.2064	$\pm 0.0128$
L.BM2	978215.0655	$\pm 0.0231$
L.BM3	978215.3820	$\pm 0.0148$
L.BM4	978215.7597	$\pm 0.0193$
L.BM5	978215.7827	$\pm 0.0191$
L.BM6	978215.6724	$\pm 0.0273$
57-LA	978215.7938	$\pm 0.0139$

*Fuente: Vega, 2019.*

Como se puede apreciar en la tabla 20, los valores de la fuerza de gravedad para cada punto en Limón se comportan diferentes, siendo este perceptible mayormente en el orden de los micros gales, no obstante, los puntos BM.Limón y L.BM.Mareo son los que mayor diferencia presentan con respecto a los demás puntos.

En la figura 16 se pueden apreciar los cambios de los valores de gravedad (en miligales), donde, se observa que los valores más bajos se encuentran más cerca del mareógrafo que son BM.Limón y L.BM.Mareo y que el valor más alto lo tiene el punto más lejano del mareógrafo que es el punto del IGN, el 57-LA.

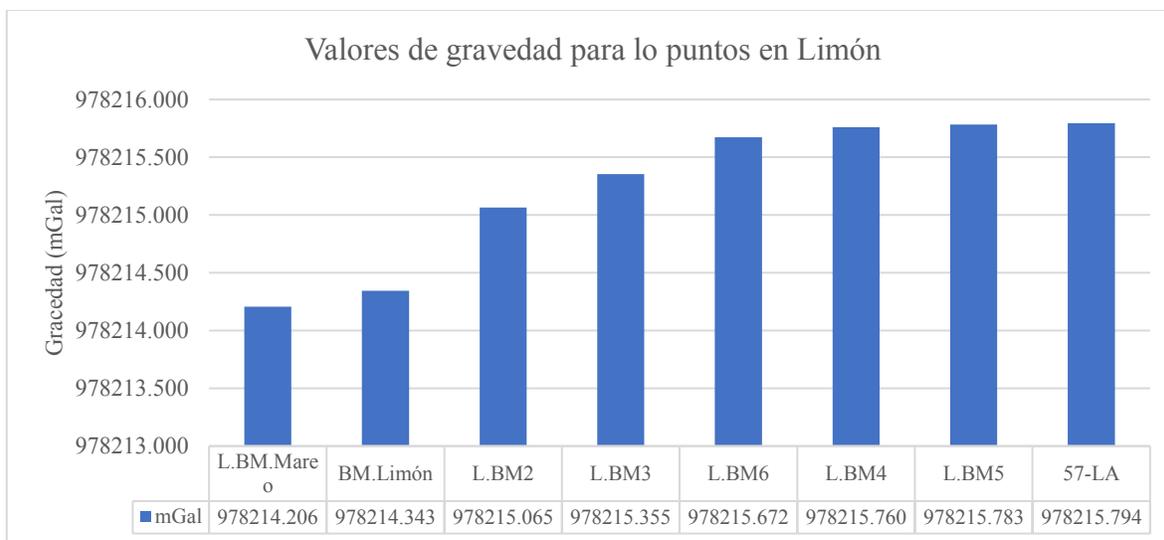


Figura 16. Valores de la fuerza de gravedad ajustados, para Limón menor a mayor valor. Fuente: Vega, 2019.

Por medio de dichas diferencias, se aprecia que los valores de la gravedad aumentan conforme se aleja del mareógrafo. Esto se puede ver con la ecuación 18, donde el cambio de potencial depende del valor de la gravedad, por lo que, si el valor de gravedad es mayor, el cambio de potencial también. La ubicación de los puntos L.BM.Mareo, L.BM2, L.BM3 y BM.Limón está dentro del muelle de JAPDEVA el cual es una estructura artificial que básicamente está sobre el agua, por lo que el gradiente vertical no tendría mucha influencia debido a que básicamente están sobre el espejo de agua.

Para el caso del mareógrafo de Quepos las observaciones gravimétricas realizadas por el Dr. Lücke se muestran en la tabla 21.

Tabla 21. Lectura de valores de fuerza de gravedad para los puntos de Quepos tomados por el Dr. Oscar Lücke.

Punto	Valor observado (mGal)	$\sigma$ (mGal)
QUEP	1675.7826	$\pm 0.0017$
Q.BM.Mareo	1675.943	$\pm 0.0160$
1-Q	1676.102	$\pm 0.0027$
QUEP	1675.753	$\pm 0.0013$
Q.BM2	1675.869	$\pm 0.0016$
Q.BM3	1675.167	$\pm 0.0039$
Q.BM4	1674.737	$\pm 0.0014$
QUEP	1675.831	$\pm 0.0021$

Fuente: Lücke, 2021

En este caso, el punto de Q.BM.Mareo es el que mayor desviación obtuvo, lo cual se debe en parte a que el punto se localiza en un pequeño muro, sobre una superficie que es

constantemente golpeada por una losa flotante, la cual se mueve según el espejo de agua, aunado a esto, existe un ruido provocado por los movimientos del agua, que al igual que con los puntos en Limón, al estar tan cerca provoca un aumento en la desviación.

Para los puntos Q.BM3y Q.BM4 se observa que las lecturas de la fuerza de gravedad se encuentran por debajo del punto fundamental a diferencia de los demás, por lo que es importante analizar la geología de los hitos ya que en esos puntos no están colocados sobre calizas a diferencia del hito QUEP, además los puntos L.BM3 y L.BM4 están rodeados con un pasto muy blando y el hito no es lo suficientemente grande para colocar la placa nivelante del gravímetro dentro de la cimentación.

Posteriormente se hace las correcciones de aire libre, por mareas y por la deriva instrumental, lo cual arroja lo resultados que se muestran en la tabla 22.

*Tabla 22. Valores de fuerza corregidos para los puntos de Quepos tomados por el Dr. Oscar Lücke.*

<b>Punto</b>	<b>Lectura Corregida (mGal)</b>	<b><math>\sigma</math> (mGal)</b>
QUEP	1676.01116	$\pm 0.0017$
Q.BM.Mareo	1676.203355	$\pm 0.0160$
1-Q	1676.393508	$\pm 0.0027$
QUEP	1676.01116	$\pm 0.0013$
Q.BM2	1676.145474	$\pm 0.0016$
Q.BM3	1675.425522	$\pm 0.0039$
Q.BM4	1674.977825	$\pm 0.0014$
QUEP	1676.01116	$\pm 0.0021$

*Fuente: Lücke, 2021*

Finalmente, a partir de los datos corregidos se obtuvieron los valores de gravedad absolutos de cada punto, los cuales se presentan en la tabla 23.

*Tabla 23. Valores de fuerza corregidos para los puntos de Quepos.*

<b>Punto</b>	<b>Valor de Gravedad (mGal)</b>
QUEP	978195.2320
Q.BM.Mareo	978195.4242
1-Q	978195.6143
Q.BM2	978195.3663
Q.BM3	978194.6464
Q.BM4	978194.1987

*Fuente: Lücke, 2021.*

Para tener una mejor apreciación visual de los valores mostrados en la tabla 23, se presenta la figura 17.

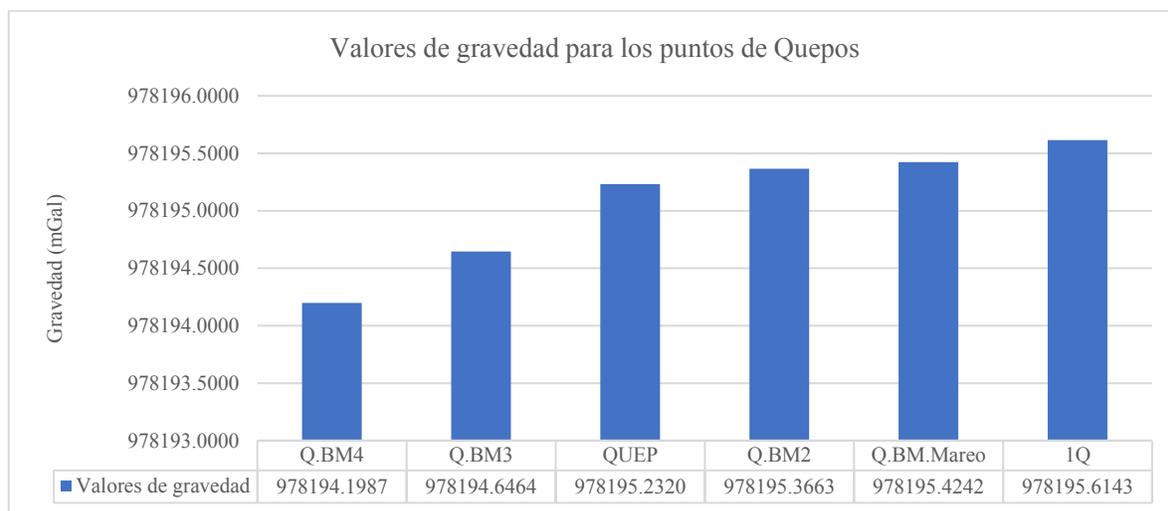


Figura 17. Valores de la fuerza de gravedad para Quepos de menor a mayor valor. Fuente: Lücke, 2021.

En este caso se aprecian diferencias que van desde los miligales hasta los micro gales, siendo el Q.BM4 el que menor valor de gravedad presenta y el punto 1-Q el que mayor gravedad posee.

Al igual que con los hitos de la red de Limón, las mediciones en Quepos se vieron afectados por el ruido cultural que hay en la Marina Pez Vela, ya que hay presencia de mucho tránsito de personas, vehículos, vehículos acuáticos, grúas y el oleaje. Las observaciones tenían un entorno con bastante ruido y siempre estuvieron presente durante todas las observaciones, por más que el Dr. Lücke repitiera las observaciones el ruido iba a estar presente en todas ellas teniendo un comportamiento en las desviaciones estándar muy similares.

#### 4.3.1 Correcciones ortométricas

Haciendo uso de los valores de gravedad obtenidos en cada punto, se determinaron las correcciones ortométricas sobre los tramos de nivel, con el propósito de determinar los desniveles ortométricos. Para el caso de Limón dichos correcciones se muestran en la tabla 24 mientras que los datos de Quepos en la tabla 25.

Tabla 24. Correcciones ortométricas a los desniveles obtenidos en Limón con el respectivo delta ortométrica.

Línea	$\Delta$ Nivelado (m)	Corrección Ortométrica (m)	$\Delta$ Ortométrica (m)
L.BM2- BM.Limón	0.3184	-0.0167	0.3017
L.BM3-L.BM2	0.3390	-0.0189	0.3201
L.BM4-L.BM3	-1.0393	-0.0121	-1.0514
L.BM5-L.BM4	0.2526	-0.0138	0.2388
L.BM6-L.BM5	0.1857	-0.0150	0.1707
57.LA-L.BM6	0.0994	-0.0156	0.0838
L.BM3- BM.Limón	0.6574	-0.0189	0.6385
BM.Limón -L.BM4	0.3820	-0.0146	0.3674
L.BM3-57-LA	0.5017	-0.0189	0.4828
BM.Limón - L.BM.Mareo	-0.1729	-0.0146	-0.1875

Fuente: Propia, 2021

Tabla 25. Correcciones ortométricas a los desniveles obtenidos en Quepos con el respectivo delta ortométrica.

Línea	$\Delta$ Nivelado (m)	Corrección Ortométrica (m)	$\Delta$ Ortométrica (m)
Q.BM2-Q.BM3	0.2078	-0.0014	0.2064
Q.BM4-Q.BM2	2.0571	-0.0135	2.0436
Q.BM3-Q.BM4	-2.2648	0.0148	-2.25
QUEP - Q.BM4	0.1660	-0.0011	0.1649
Q.BM.Mareo - 1-Q	-2.0171	0.0066	-2.0105
QUEP – Q.BM.Mareo	2.8711	-0.0188	2.8523
1.Q - QUEP	-0.8540	0.0056	-0.8484
Q.BM2-1-Q	-1.3690	0.0045	-1.3645
Q.BM.Mareo - Q.BM2	-0.6480	0.0042	-0.6438
Q.BM2-QUEP	-2.2230	0.0145	-2.2085

Fuente: Propia, 2021

Como se observa en el caso de Limón las correcciones se encuentran en su mayoría en el orden del centímetro, siendo los tramos L.BM3 a L.BM2 y L.BM3 a 57-LA los que mayores valores presentan (-0.0189m).

Para el caso de Quepos las correcciones también se encuentran en el orden del centímetro, siendo el tramo QUEP a Q.BM.Mareo el que mayor valor arroja (-0.0188m).

Tanto en Limón como Quepos las correcciones ortométricas no exceden los 2cm lo cual se puede considerar relativamente pequeño debido a que las dos áreas de estudio se

encuentran en zonas con poca variación vertical, además de que se encuentran muy cercanas al mar.

Con los deltas ortométricos calculados se intentó realizar una comparación con los deltas ortométricos a partir del modelo regional de Costa Rica llamado GCR-RSH-2020, sin embargo, este modelo tiene un tamaño de pixel de 1829.9 m por 1846.8 m por lo que al momento de realizar la interpolación la mayoría de los puntos de la red de nivelación estaban dentro de un mismo pixel, ya que el área de estudio tanto en Limón como Quepos es relativamente pequeña, por ende los deltas dan cero; con lo que la comparación carecería de sentido realizarla.

#### 4.3.2 Correcciones Normales

Se determinaron los desniveles normales corregidos haciendo uso de los valores de gravedad, para el caso de Limón la tabla 26 muestra los datos resultantes mientras que para Quepos la tabla 27.

*Tabla 26. Correcciones normales a los desniveles obtenidos en Limón con el respectivo delta normal.*

<b>Línea</b>	<b>Nivelado (m)</b>	<b>Corrección Normal (m)</b>	<b><math>\Delta</math> Normal Corregido(m)</b>
L.BM2- BM.Limón	0.3184	-0.0005	0.3179
L.BM3-L.BM2	0.3390	-0.0006	0.3384
L.BM4-L.BM3	-1.0393	0.0017	-1.0376
L.BM5-L.BM4	0.2526	-0.0004	0.2522
L.BM6-L.BM5	0.1857	-0.0003	0.1854
57-LA-L.BM6	0.0994	-0.0002	0.0992
L.BM3- BM.Limón	0.6574	-0.0011	0.6563
BM.Limón -L.BM4	0.3820	-0.0006	0.3814
L.BM3-57-LA	0.5017	-0.0008	0.5009
BM.Limón - L.BM.Mareo	-0.17285	0.0003	-0.17255

*Fuente: Propia, 2021*

Tabla 27. Correcciones normales a los desniveles obtenidos en Quepos con el respectivo delta normal.

<b>Línea</b>	<b>Δ Nivelado (m)</b>	<b>Corrección Normal (m)</b>	<b>Δ Normal Corregido(m)</b>
Q.BM2-Q.BM3	0.2078	-0.0003	0.2075
Q.BM4-Q.BM2	2.0571	-0.0034	2.0537
Q.BM3-Q.BM4	-2.2648	0.0038	-2.261
QUEP - Q.BM4	0.1660	-0.0003	0.1657
Q.BM.Mareo - 1-Q	-2.0171	0.0034	-2.0137
QUEP - Q.BM.Mareo	2.8711	-0.0048	2.8663
1-Q-QUEP	-0.8540	0.0014	-0.8526
Q.BM2-1-Q	-1.3690	0.0023	-1.3667
Q.BM.Mareo-Q.BM2	-0.6480	0.0011	-0.6469
Q.BM2-QUEP	-2.2230	0.0037	-2.2193

Fuente: Propia, 2021

Tanto en Quepos como Limón las correcciones normales se encuentran en su mayoría en el orden del milímetro, siendo el tramo L.BM4 a L.BM3 para el caso de Limón el que mayor corrección presenta (-0.0017m) y en Quepos es el tramo QUEP a Q.BM.Mareo el de mayor corrección (-0.0048m). En ambas zonas de la investigación las magnitudes son relativamente pequeñas, las cuales se ven influenciados por los bajos cambios de nivel y la cercanía con el mar.

#### 4.4 DESNIVELES ELIPSOIDALES.

Las alturas elipsoidales fueron obtenidas mediante la observación GNSS y el ajuste por mínimos cuadrados realizado en el software Survey Office ®. Las coordenadas de los puntos de la red de Limón se pueden observar en la tabla 28.

Tabla 28. Coordenadas geométricas referidas al elipsoide WGS84 de los puntos de control para el mareógrafo de Limón.

Punto	Latitud		Longitud		Altura Elipsoidal	
	Grados	$\sigma$ (m)	Grados	$\sigma$ (m)	Elevación (m)	$\sigma$ (m)
BM.Limón	9.988813	$\pm 0.001$	-83.020209	$\pm 0.001$	13.484	$\pm 0.002$
L.BM2	9.991341	$\pm 0.001$	-83.021997	$\pm 0.001$	13.777	$\pm 0.004$
L.BM3	9.992441	$\pm 0.001$	-83.023281	$\pm 0.001$	14.133	$\pm 0.003$
L.BM4	9.991209	$\pm 0.001$	-83.026025	$\pm 0.001$	13.129	$\pm 0.002$
L.BM5	9.991857	$\pm 0.002$	-83.025747	$\pm 0.002$	13.374	$\pm 0.006$
L.BM6	9.992117	$\pm 0.006$	-83.024871	$\pm 0.001$	13.554	$\pm 0.001$
57-LA	9.993105	$\pm 0.002$	-83.025017	$\pm 0.001$	13.649	$\pm 0.003$
L.BM.Mareo	9.988653	$\pm 0.002$	-83.020351	$\pm 0.002$	13.660	$\pm 0.004$

Fuente: Propia, 2021

A partir de estas alturas elipsoidales se obtuvieron las diferencias de elevación según los tramos nivelados, utilizando la ecuación 25. Los resultados se pueden ver en la tabla 29.

Tabla 29. Desniveles elipsoidales en Limón.

Observaciones	$\Delta h$ (m)	$\sigma$ (m)
L.BM2 a BM.Limón	0.2930	$\pm 0.0035$
L.BM3 a L.BM2	0.3560	$\pm 0.0035$
L.BM4 a L.BM3	-1.0040	$\pm 0.0026$
L.BM5 a L.BM4	0.2450	$\pm 0.0057$
L.BM6 a L.BM5	0.1800	$\pm 0.0057$
57-LA a L.BM6	0.0950	$\pm 0.0034$
L.BM3 a BM.Limón	0.6490	$\pm 0.0026$
BM.Limón a L.BM4	0.3550	$\pm 0.0021$
L.BM3 a 57-LA	0.4840	$\pm 0.0034$

Fuente: Propia, 2021

Mientras que, para el trabajo realizado en Quepos, luego de realizar el postproceso, se obtuvieron las coordenadas de cada punto, los cuales se pueden ver en la tabla 30.

Tabla 30. Coordenadas geométricas referidas al elipsoide WGS84 de los puntos de control para el mareógrafo de Quepos.

Punto	Latitud		Longitud		Altura Elipsoidal	
	Grados	$\sigma$ (m)	Grados	$\sigma$ (m)	Elevación (m)	$\sigma$ (m)
QUEP	9.424577	$\pm 0.001$	-84.16835	$\pm 0.001$	17.513	$\pm 0.005$
Q.BM2	9.425207	$\pm 0.021$	-84.167895	$\pm 0.006$	15.303	$\pm 0.002$
Q.BM3	9.426864	$\pm 0.021$	-84.167385	$\pm 0.020$	15.107	$\pm 0.002$
Q.BM4	9.426259	$\pm 0.006$	-84.166278	$\pm 0.022$	17.383	$\pm 0.002$
Q.BM.Mareo	9.425503	$\pm 0.016$	-84.170135	$\pm 0.017$	14.643	$\pm 0.002$
1-Q	9.424815	$\pm 0.001$	-84.170091	$\pm 0.001$	16.682	$\pm 0.001$

Fuente: Propia, 2021

Posteriormente se determinaron las diferencias de alturas elipsoidales según los tramos recorridos en la nivelación geométrica. En la tabla 31 se aprecian los deltas con su respectiva desviación estándar.

Tabla 31. Desniveles elipsoidales en Quepos.

Observaciones	$\Delta h$ (m)	$\sigma$ (m)
Q.BM2 a Q.BM3	0.1960	$\pm 0.0024$
Q.BM4 a Q.BM2	2.0800	$\pm 0.0020$
Q.BM3 a Q.BM4	-2.2760	$\pm 0.0024$
QUEP a Q.BM4	0.1300	$\pm 0.0050$
Q.BM.Mareo a 1-Q	-2.0390	$\pm 0.0023$
QUEP a Q.BM.Mareo	2.8700	$\pm 0.0050$
1-Q a QUEP	-0.8310	$\pm 0.0050$
Q.BM2 a 1-Q	-1.3790	$\pm 0.0020$
Q.BM.Mareo a Q.BM2	-0.6600	$\pm 0.0023$
Q.BM2 a QUEP	-2.2100	$\pm 0.0050$

Fuente: Propia, 2021

Como bien se observa en la tabla 28, para el caso de Limón la determinación de las coordenadas elipsoidales arrojó resultados que se encuentran con una baja desviación estándar, en donde la mayor desviación estándar con respecto a la altura elipsoidal se aprecia en la observación L.BM2 con un valor de  $\pm 0.004$ m. Dicho esto, el hecho de haber realizado observaciones en cada punto por al menos 3 horas en formato estático-relativo permitió que se lograran las exactitudes mostradas en la tabla 28.

Por lo tanto, al calcular las diferencias de nivel siguiendo los tramos realizados en la nivelación geométrica, se obtienen deltas con una desviación estándar muy baja, estos valores se muestran en la tabla 29.

Lo mismo sucede para las observaciones de Quepos, siendo estas precisas en su componente vertical dando como resultado una desviación estándar no mayor a  $\pm 0.005\text{m}$  (ver tabla 30), lo cual permite obtener diferencias de nivel (ver tabla 31) con un grado de exactitud aceptable para el proyecto.

#### 4.4.1 Relación de desniveles elipsoidales $\Delta h$ y geométricos $\Delta n$ .

Utilizando la prueba de T´Student se analizó si la media de los desniveles elipsoidales y geométricos no tienen una diferencia significativa (ver tabla 32 para Limón y tabla 33 para Quepos), esto con el fin de poder dar una altura elipsoidal a cada sensor del mareógrafo referida al elipsoide WGS84.

Tabla 32. Comparación de los desniveles geométricos con desniveles elipsoidales en Limón.

Observaciones	$\Delta n$ (m)	$\Delta h$ (m)
L.BM2 a BM.Limón	0.318	0.293
L.BM3 a L.BM2	0.339	0.356
L.BM4 a L.BM3	-1.039	-1.004
L.BM5 a L.BM4	0.253	0.245
L.BM6 a L.BM5	0.186	0.180
57-LA a L.BM6	0.099	0.095
L.BM3 a BM.Limón	0.657	0.649
BM.Limón a L.BM4	0.382	0.355
L.BM3 a 57-LA	0.502	0.484

Fuente: Propia, 2021

Tabla 33. Comparación de los desniveles geométricos con desniveles elipsoidales en Quepos.

Observaciones	$\Delta n$ (m)	$\Delta h$ (m)
Q.BM2 a Q.BM3	0.208	0.196
Q.BM4 a Q.BM2	2.057	2.080
Q.BM3 a Q.BM4	-2.263	-2.276
QUEP a Q.BM4	0.167	0.130
Q.BM.Mareo a 1-Q	-2.014	-2.039
QUEP a Q.BM.Mareo	2.871	2.870
1-Q a QUEP	-0.854	-0.831
Q.BM2 a 1-Q	-1.367	-1.379

Fuente: Propia, 2021.

Aplicando la prueba de T´Student de dos muestras con varianzas iguales con un nivel de confianza del 95%, donde, para Limón los resultados se pueden ver en la tabla 34 y en el caso de Quepos en la tabla 35. Para ambas pruebas se planteó como hipótesis nula y como hipótesis alternativa lo siguiente:

$$H_0: u_1 = u_2$$

$$H_1: u_1 \neq u_2$$

Dónde:

$$u_1 = \text{media de } \Delta n$$

$$u_2 = \text{media de } \Delta h$$

Tabla 34. Resultados del T´Student para las observaciones en Limón.

Limón	$\Delta n$ (m)	$\Delta h$ (m)
Media	0.189	0.184
Varianza	0.239	0.225
Observaciones	9.000	9.000
Grados de libertad	16.000	
Estadístico t	0.021	
Valor Crítico de t	2.120	
Valor de P	0.983	
$\alpha$	0.05 = 95%	

Fuente: Propia, 2021

Cómo se logra ver en la figura 18, el valor estadístico da muy cerca de cero por lo que se encuentra dentro de los valores críticos establecidos que son de  $\pm 2.12$  para Limón lo

cual muestra que se acepta la hipótesis nula y por tanto no hay evidencia de diferencias significativas entre las medias de las alturas elipsoidales y las alturas geométricas, con un nivel de confianza del 95 %.

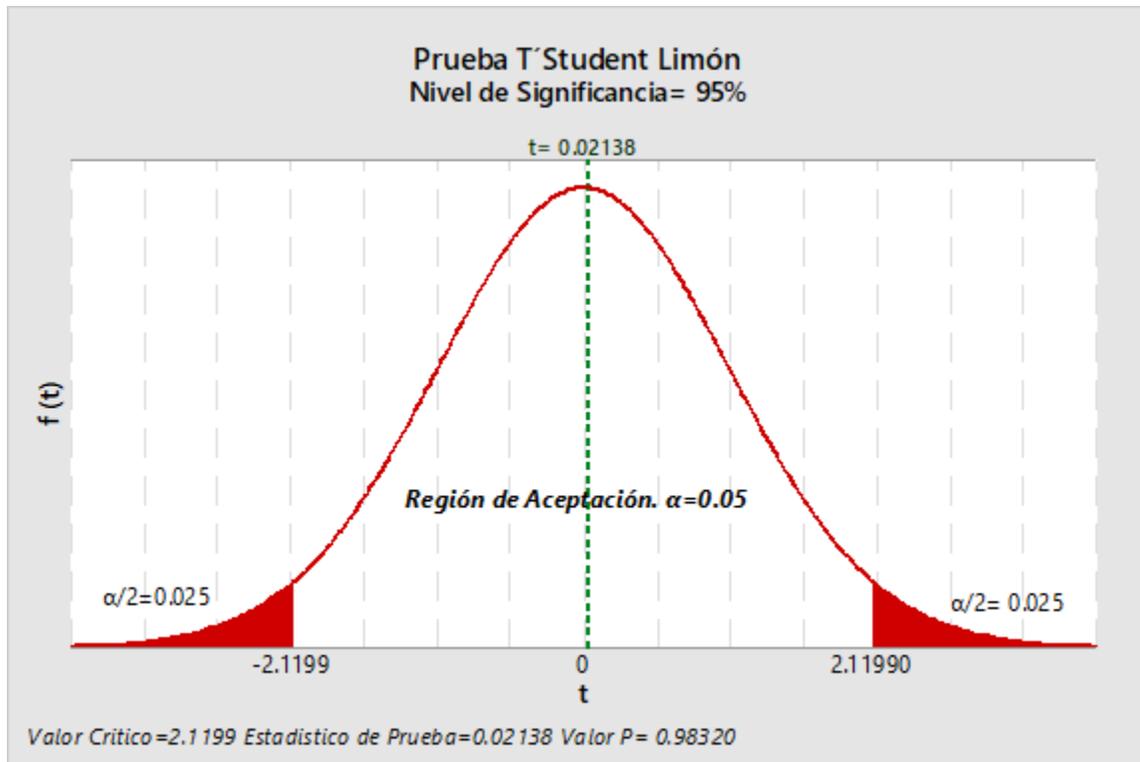


Figura 18. Resultados de la prueba T' Student en Limón. Fuente: Propia, 2021.

Para el caso de Quepos en la tabla 35 muestra los resultados de la prueba T' Student.

Tabla 35. Resultados del T' Student para las observaciones en Quepos.

Quepos	$\Delta n$ (m)	$\Delta h$ (m)
Media	-0.406	-0.412
Varianza	3.113	3.130
Observaciones	10.000	10.000
Grados de libertad	18.000	
Estadístico t	0.007	
Valor Crítico de t	2.101	
Valor de P	0.994	
$\alpha$	0.05 = 95%	

Fuente: Propia, 2021

Al igual que con Limón como se aprecia en la figura 19, el valor estadístico da un valor dentro de la zona de aceptación, dado que los valores críticos establecidos para Quepos que es de  $\pm 2.101$  por lo que de igual forma que con Limón se acepta la hipótesis nula con un grado de confianza al 95 %, diciendo que las medias de las alturas elipsoidales y geométricas no tienen una diferencia significativa.

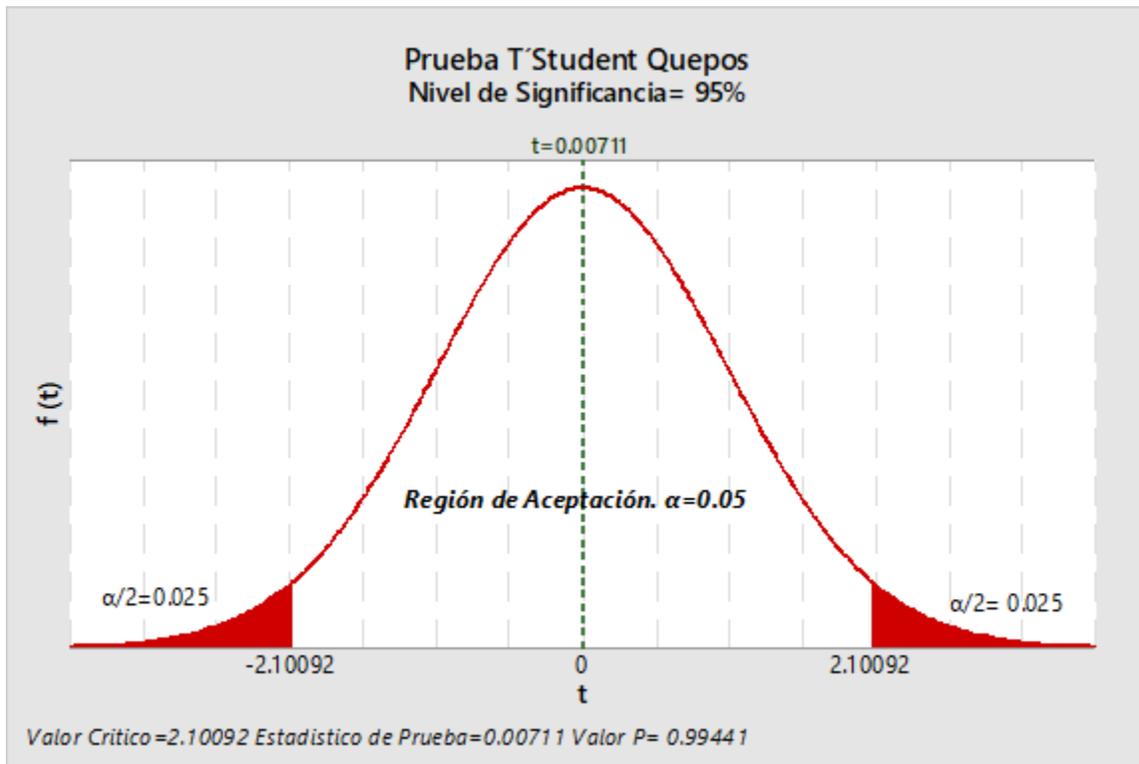


Figura 19. Resultados de la prueba T' Student en Quepos. Fuente: Propia, 2021

Partiendo de los datos mostrados en la tabla 32 para Limón y tabla 33 para Quepos, se realizó la comparación de las diferencias geométricas ( $\Delta n$ ) con respecto a las diferencias elipsoidales ( $\Delta h$ ) en Limón mostradas en la figura 19.

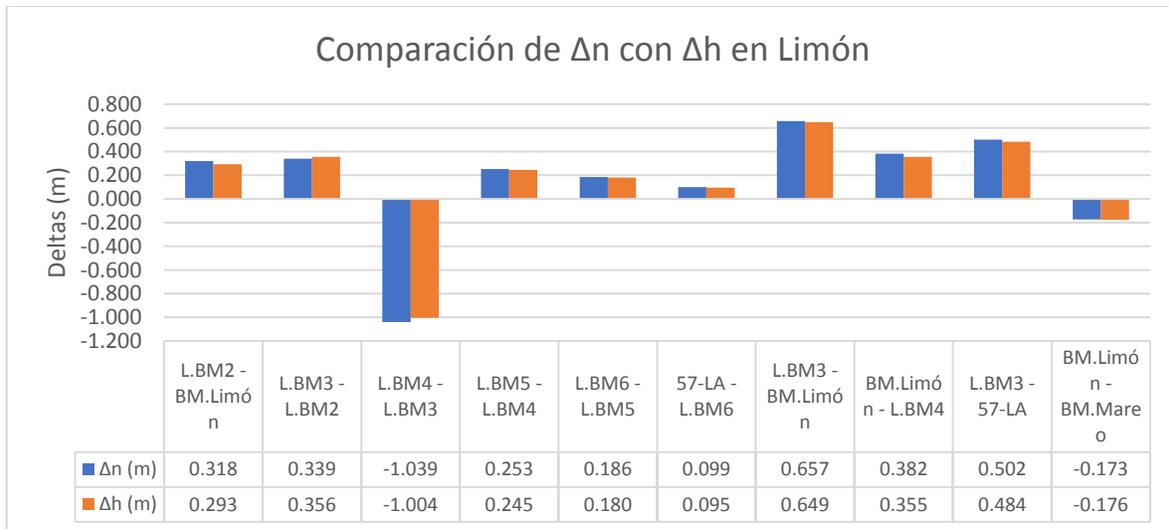


Figura 20. Comparación entre las diferencias de nivel obtenidas con nivelación geométrica y las diferencias de nivel elipsoidal, para Limón. Fuente: Propia, 2021.

Como se observa en la figura 20, existe un comportamiento muy similar entre las diferencias elipsoidales con respecto a las diferencias de nivelación geométrica, lo cual es debido a su cercanía con la costa y a que la longitud de los tramos no es grande.

En el caso de Quepos se realizó la misma comparación, entre el desnivel geométrico y el elipsoidal, como se muestra en la figura 21.

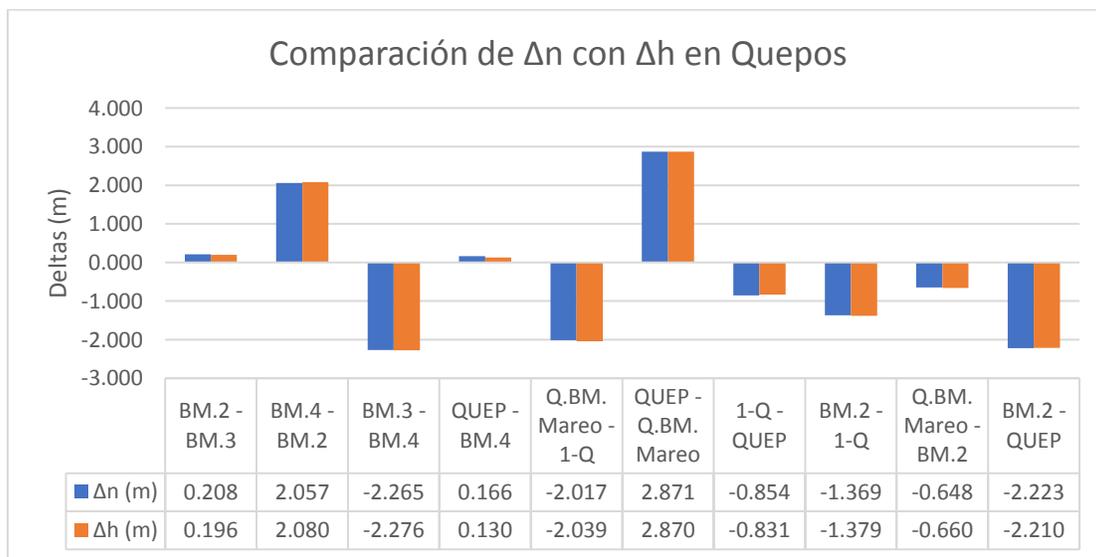


Figura 21. Comparación entre las diferencias de nivel obtenidas con nivelación geométrica y las diferencias de nivel elipsoidal, para Quepos. Fuente: Propia, 2021.

Por lo que, la figura 21 muestra un comportamiento similar al que se presentó en Limón, esto debido a las mismas razones en cuanto a longitud de tramos y cercanía de la costa.

#### 4.4.2 Enlace de los sensores de los mareógrafos al elipsoide WGS84.

Por lo tanto, a través del T-Student se determinó que las diferencias entre los deltas geométricos con respecto a los deltas elipsoidales no son significativas.

Por consiguiente, haciendo uso de ambas metodologías, se obtiene las alturas elipsoidales de los sensores en Limón y Quepos. Las alturas se pueden ver en la tabla 36 y tabla 37 respectivamente.

*Tabla 36. Resultados de altura elipsoidal para los sensores del mareógrafo de Limón.*

<b>Sensores Mareógrafo Limón</b>	<b>h (elipsoidal m)</b>
RAD	13.9106
RA2	13.6841

*Fuente: Propia, 2021*

*Tabla 37. Resultados de altura elipsoidal para los sensores del mareógrafo de Quepos.*

<b>Sensores Mareógrafo Quepos</b>	<b>h (elipsoidal m)</b>
RAD	16.6067
RA2	16.6059

*Fuente: Propia, 2021*

Como se puede apreciar en la tabla 36 y tabla 37 los valores de las alturas elipsoidales dan un valor muy alto en comparación con las alturas referidas al datum oficial de Costa Rica, por lo que se puede concluir que la superficie del elipsoide está más abajo que las demás.

También se puede apreciar que la altura en Quepos es casi 3 metros más que la de los sensores del mareógrafo de Limón.

#### 4.4.3 Comparación de las diferencias de nivel geométricas, ortométricas, normales y elipsoidales.

Por medio de los datos obtenidos previamente se realiza una comparación de las diferencias de nivel determinadas en el proyecto, las cuales se muestran en la figura 22 para el caso de Limón y la figura 23 para Quepos

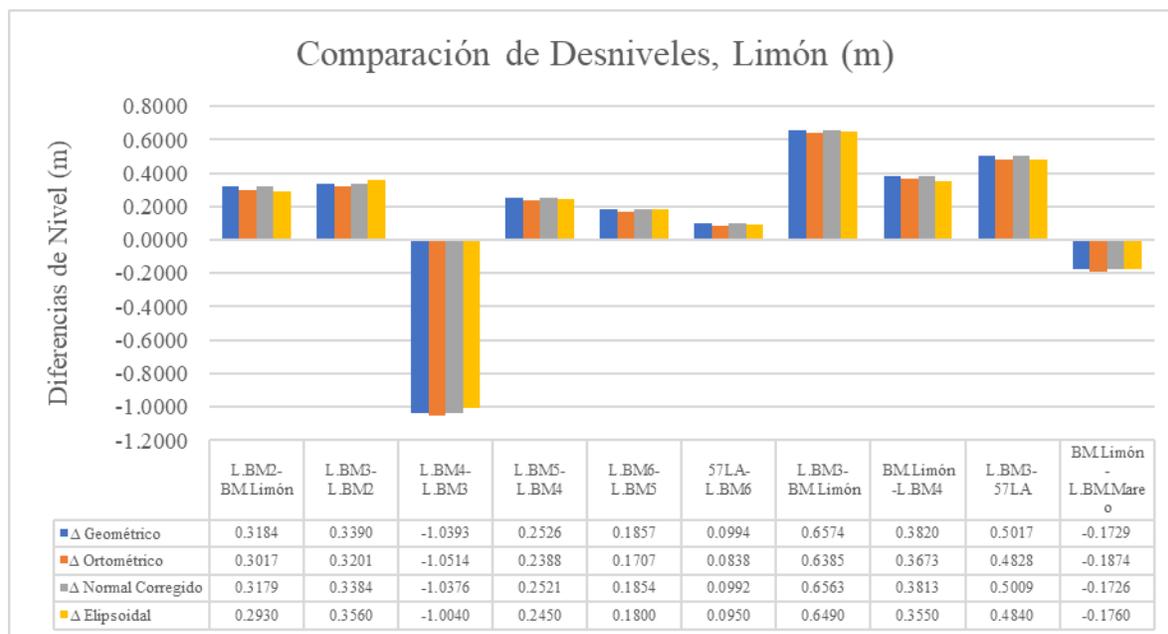


Figura 22. Comparación de los distintos deltas de nivel obtenidos en Limón. Fuente: Propia, 2021

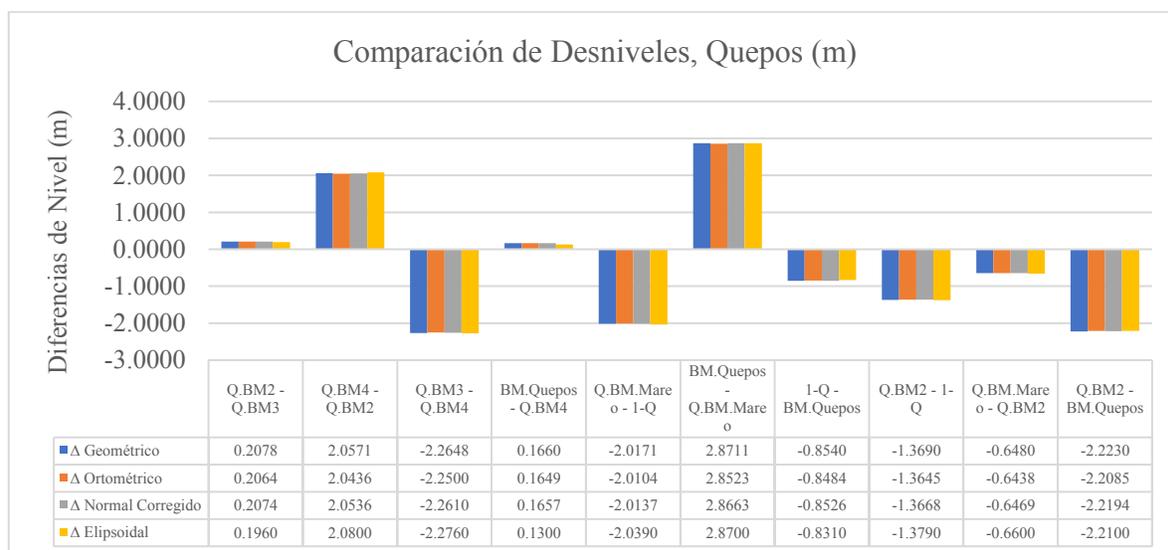


Figura 23. Comparación de los distintos deltas de nivel obtenidos en Quepos. Fuente: Propia, 2021

Como se observa en la figura 22 los desniveles no son iguales, lo cual corresponde a las diferentes superficies de referencia. No obstante, la variación se encuentra en el orden de centímetros. Para el caso de Quepos en la figura 23 también se observan diferencias que van desde los milímetros hasta los centímetros, siendo todas diferentes. Por lo tanto, en ambos casos (Limón y Quepos) las diferencias de nivel no tienen una magnitud grande debido a la cercanía con el mar y a los bajos desniveles de cada red.

#### **4.5 ALTURAS NORMALES**

Haciendo uso de las observaciones gravimétricas, junto con los tramos de nivelación geométrica y la latitud obtenida de las observaciones GNSS, se logró obtener las alturas normales para los puntos las cuales están referidas al cuasigeoide.

Para poder aplicar la ecuación 21 fue necesario conocer previamente varios valores, comenzando con el valor del número geopotencial (  $C$  ) del punto fundamental para cada lugar usando la ecuación 15.

Se obtuvo el valor de  $W_0$  que establece la Asociación Internacional de Geodesia el cual es  $62531909.69 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$  y para el cálculo de  $W_b$  se utilizó la página del ICGEM (International Center for Global Gravity Earth Models) y del modelo de EIGEN-C64 para determinar dicho valor de  $W_b = 62531898.66 \text{ m}^2\text{s}^2$  para el caso de Limón ahora bien aplicando se obtuvo como valor  $C = 104955 \text{ m}^2\text{s}^2$  para el punto fundamental de Limón (BM.Limón) y para Quepos el valor de  $C$  en el punto fundamental fue de  $62531504.00 \text{ m}^2\text{s}^2$ , por lo tanto, conociendo los valores de gravedad de los puntos y de los desniveles de la nivelación geométrica, se aplicó la ecuación 19 para obtener los valores de  $C$  para Limón.

Los valores de números geopotenciales para cada punto de la red de nivelación se detallan en la tabla 38 para Limón y tabla 39 para Quepos.

Tabla 38. Número Geopotencial para los puntos localizados en Limón.

<b>Punto</b>	<b>C</b>
BM.Limón	104955.0833
L.BM2	416422.8001
L.BM3	748014.9963
L.BM4	-268675.8995
L.BM5	-21623.3748
L.BM6	159990.6383
L.BM.Mareo	274039.4334
57-LA	257234.5580

Fuente: Propia, 2021

Tabla 39. Número Geopotencial para los puntos localizados en Quepos.

<b>Punto</b>	<b>C</b>
QUEP	105341.0091
Q.BM2	-2069234.522
Q.BM3	-2272454.535
Q.BM4	-57035.7352
Q.BM.Mareo	-2703115.629
1-Q	-730042.3064

Fuente: Propia, 2021

Por medio de la ecuación 20 se obtuvo el valor de la gravedad normal en cada punto haciendo uso de los valores de la latitud de la tabla 28 para el caso de Limón y de la tabla 30 para Quepos, esto tomando en consideración las características del elipsoide de referencia WGS84.

En Limón los valores de la gravedad normal se muestran en la tabla 40.

Tabla 40. Gravedad normal para los puntos localizados en Limón.

<b>Punto</b>	<b><math>\Upsilon_0</math> (mgal)</b>
BM.Limón	9799834.6543
L.BM2	979834.7052
L.BM3	979834.7273
L.BM4	979834.7025
L.BM5	979834.7155
L.BM6	979834.7208
L.BM.Mareo	979834.6510
57-LA	979834.7407

Fuente: Propia, 2021

Y para el caso de Quepos los valores de la gravedad normal se pueden ver en la tabla 41.

Tabla 41. Gravedad normal para los puntos localizados en Quepos.

<b>Punto</b>	<b><math>\gamma_0</math> (mgal)</b>
QUEP	979823.6025
Q.BM2	979823.6145
Q.BM3	979823.6461
Q.BM4	979823.6346
Q.BM.Mareo	979823.6202
1-Q	979823.6071

Fuente: Propia, 2021

Una vez obtenidos los valores de la gravedad normal se aplicó la ecuación de Molodensky (ecuación 21) donde se obtuvieron las alturas normales para cada punto tal y como se puede ver en la tabla 42 para Limón y tabla 43 para Quepos.

Tabla 42. Alturas normales para los puntos localizados en Limón.

<b>Punto</b>	<b>Altura Normal (m)</b>
BM.Limón	0.1071
BM2	0.4250
BM3	0.7634
BM4	-0.2742
BM5	-0.0221
BM6	0.1633
L.BM.Mareo	0.2797
57-LA	0.2653

Fuente: Propia, 2021

Tabla 43. Alturas normales para los puntos localizados en Quepos.

<b>Punto</b>	<b>Altura Normal (m)</b>
QUEP	0.1075
BM2	-2.1118
BM3	-2.3192
BM4	-0.0582
BM-Mareo	-2.7588
1-Q	-0.7451

Fuente: Propia, 2021

#### 4.5.1 Desniveles de las alturas normales

A partir de los datos mostrados en la tabla 42 para el caso de Limón y tabla 43 para Quepos, se determinaron los desniveles siguiendo los tramos de la nivelación. La tabla 44 muestra los desniveles de alturas normales para Limón y la tabla 45 para Quepos.

Tabla 44. Resultados del desnivel normal para los tramos de nivelación geométrica en Limón.

<b>Tramo</b>	<b><math>\Delta h</math> normal (m)</b>
BM2 a BM.Limón	0.3184
BM3 a BM2	0.3384
BM4 a BM3	-1.0376
BM5 a BM4	0.2521
BM6 a BM5	0.1854
57-LA a BM6	0.0993
BM.Limón - BM-Mareo	-0.1728

Fuente: Propia, 2021

Tabla 45. Resultados del desnivel normal para los tramos de nivelación geométrica en Quepos.

<b>Tramo</b>	<b><math>\Delta h</math> normal (m)</b>
BM2 - BM3	0.2074
BM4 - BM2	2.0536
BM3 - BM4	-2.2610
BM Quepos - BM4	0.1657
BM Mareo - 1-Q	-2.0137
BM Quepos - BM Mareo	2.8663
1-Q - BM Quepos	-0.8526
BM2 - 1-Q	-1.3668
BM Mareo - BM2	-0.6469
BM2 - BM Quepos	-2.2194

Fuente: Propia, 2021

Dichos desniveles responden a superficies equipotenciales, es decir, tienen un significado físico, por lo tanto, es interesante realizar una comparación con los desniveles provenientes de la nivelación geométrica los cuales no tienen significado físico, dichos resultados se muestran en la figura 24.

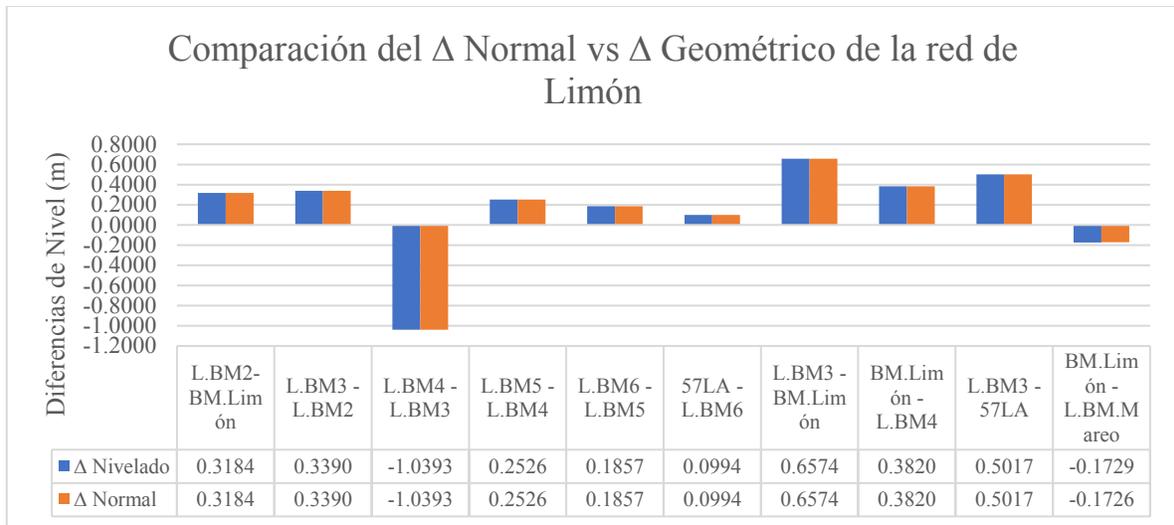


Figura 24. Comparación entre las diferencias de los desniveles normales versus desniveles geométricos, para Limón. Fuente: Propia, 2021

Como se observa la figura 24 las diferencias entre los deltas en Limón se aprecian hasta el milímetro lo cual indica que a pesar de que se tratan de superficies diferentes, el comportamiento de los desniveles es bastante similar, lo cual se puede deber a la cercanía de los puntos y a la posición de los mismos con respecto al océano.

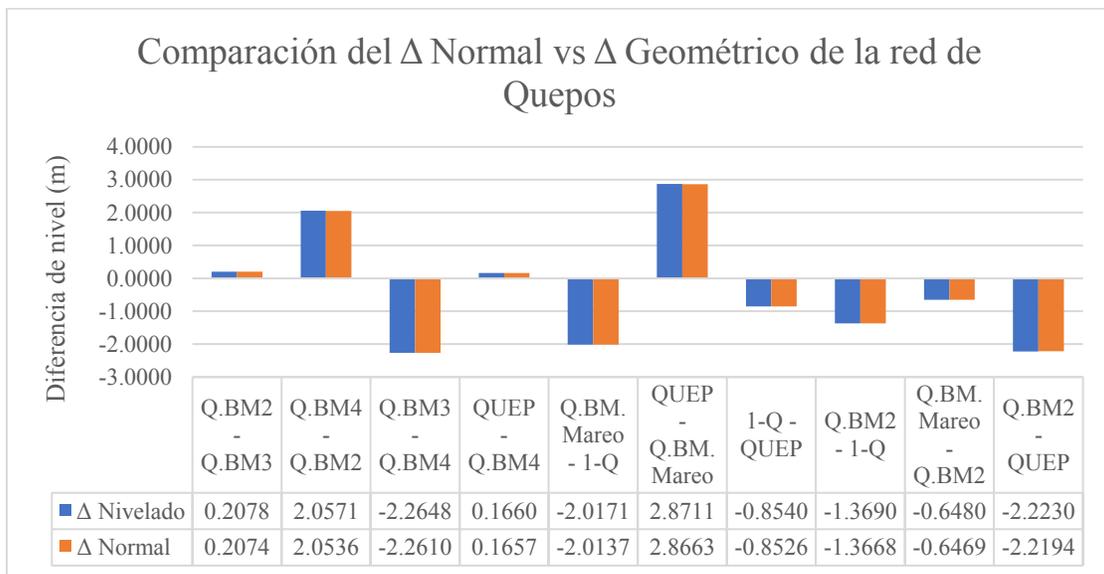


Figura 25. Comparación entre las diferencias de los desniveles normales versus desniveles geométricos, para la red de Quepos. Fuente: Propia, 2021

Lo mismo sucede con Quepos (ver figura 25), las diferencias entre los desniveles rondan el orden de los milímetros. Para lo cual, a pesar de describir superficies diferentes, poseen una relación aproximadamente igual.

Las variaciones entre las diferencias de niveles geométricos y normales son pequeñas, esto se debe a que, al ser tramos pequeños, la perturbación debida a las superficies equipotenciales se puede asumir como nula, ya que la variación de la gravedad en cada punto es mínima por el tamaño de la red.

#### 4.5.2 Anomalías de altura.

Con las alturas normales y las alturas elipsoidales se puede determinar las anomalías de altura de los puntos como se puede apreciar en la tabla 46 y para Limón tabla 47 para Quepos.

Tabla 46. Cálculo de la anomalía de altura para la red de Limón.

Punto	Altura Elipsoidal (m)	Altura Normal (m)	Anomalía de Altura (m)
BM.Limón	13.4840	0.1071	13.3769
L.BM2	13.7770	0.4250	13.3520
L.BM3	14.1330	0.7634	13.3696
L.BM4	13.1290	-0.2742	13.4032
L.BM5	13.3740	-0.0221	13.3961
L.BM6	13.5540	0.1633	13.3907
57-LA	13.6490	0.2625	13.3865
L.BM.Mareo	13.6600	0.2797	13.3803
<b>Promedio</b>			<b>13.3819</b>

Fuente. Propia, 2021.

Tabla 47. Cálculo de la anomalía de altura para la red de Quepos.

Punto	Altura Elipsoidal (m)	Altura Normal (m)	Anomalía de Altura (m)
QUEP	17.5130	0.1075	17.4055
Q.BM2	15.3030	-2.1118	17.4148
Q.BM3	15.1070	-2.3192	17.4262
Q.BM4	17.3830	-0.0582	17.4412
Q.BM.Mareo	14.6430	-2.7588	17.4018
1-Q	16.6820	-0.7451	17.4271
<b>Promedio</b>			<b>17.4194</b>

Fuente. Propia, 2021.

Por lo tanto, por medio de los datos mostrados en las tabla 46 y tabla 47 se puede apreciar que la separación entre el elipsoide con respecto al cuasigeoide no es la misma para las dos zonas del país.

#### 4.5.3 Relación de las alturas normales, elipsoidales y geométricas.

Al obtener las alturas normales de Limón, se pueden realizar comparaciones entre las alturas normales, elipsoidales y geométricas, tal y como lo muestra la tabla 48.

Tabla 48. Comparación entre las alturas normales, elipsoidales y geométricas en Limón.

Punto	Altura Elipsoidal (m)	Altura Normal (m)	Altura geométrica (m)
BM.Limón	13.4840	0.1071	2.2346
L.BM2	13.7770	0.4250	2.5530
L.BM3	14.1330	0.7634	2.8920
L.BM4	13.1290	-0.2742	1.8527
L.BM5	13.3740	-0.0221	2.1052
L.BM6	13.5540	0.1633	2.2909
57-LA	13.6490	0.2625	2.3903
L.BM.Mareo	13.6600	0.2797	2.4072

Fuente: Propia, 2021

Para una mejor apreciación visual la figura 26 muestra los datos de la tabla 48.

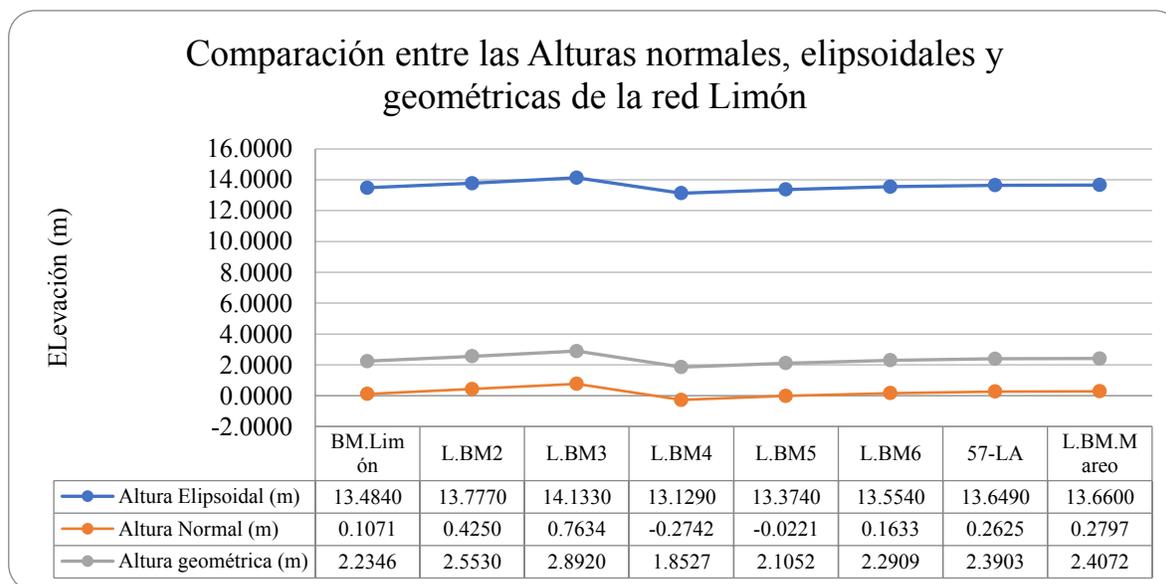


Figura 26. Comparativa de los diferentes tipos de alturas para Limón Fuente: Propia, 2021

En la figura 26 se observa que existen alturas normales negativas, precisamente los puntos L.BM4 y L.BM5. Este comportamiento puede ser propio de la localización de la red,

es decir, a pesar de que se colocaron los puntos en los lugares más estables y duraderos posibles, los bancos se encuentran sobre la losa de concreto que compone el muelle de JAPDEVA.

No obstante, a pesar de tener diferencias en cuanto al valor de elevación, su comportamiento es casi igual, es decir, la figura muestra que la ondulación de las 3 alturas es muy similar.

Por otro lado, en Quepos se realizó el mismo análisis, el cual se muestra en la tabla 49.

Tabla 49. Comparación entre las alturas normales, elipsoidales y geométricas en Quepos.

Punto	Altura Elipsoidal (m)	Altura Normal (m)	Altura geométrica (m)
QUEP	17.513	0.1075	5.7372
Q.BM2	15.303	-2.1118	3.5142
Q.BM3	15.107	-2.3192	3.3064
Q.BM4	17.383	-0.0582	5.5712
Q.BM.Mareo	14.643	-2.7588	2.8661
1-Q	16.682	-0.7451	4.8832

Fuente: Propia, 2021

De igual forma se grafican los datos de la tabla 49 en la figura 27 como un mejor insumo de análisis.

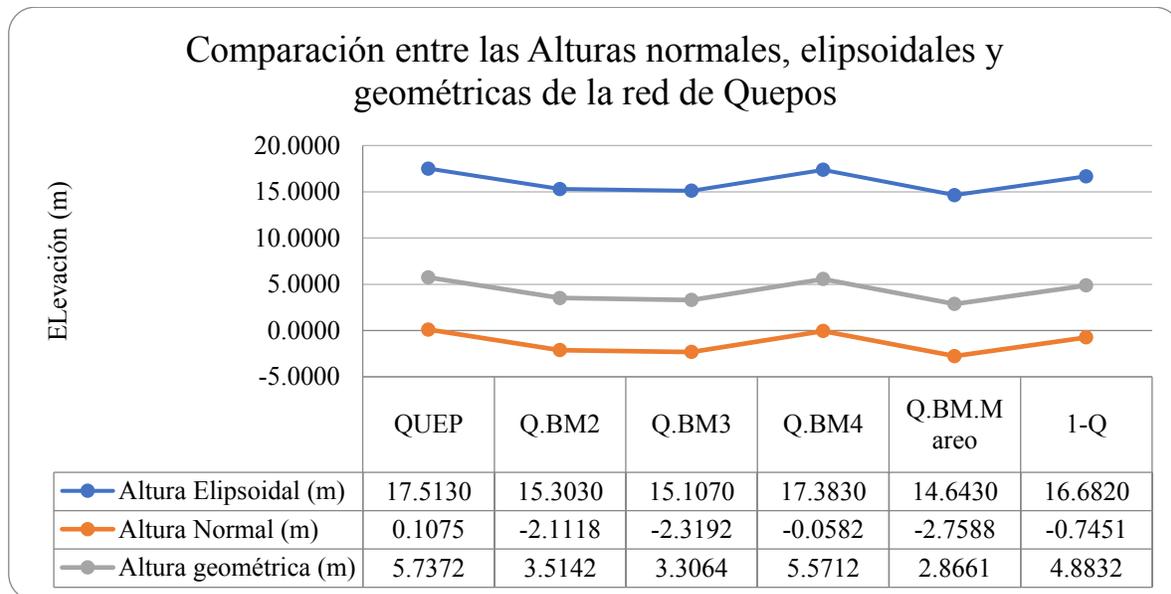


Figura 27. Comparativa de los diferentes tipos de alturas para Quepos. Fuente: Propia, 2021.

Por lo tanto, el mismo comportamiento que se presentó en Limón se obtuvo en Quepos, donde se observan alturas normales por debajo del cero. Las cuales pueden ser debido a la composición geológica de los lugares donde se ubican los puntos. Además de que durante las observaciones gravimétricas los puntos Q.BM2, Q.BM3 se notó que el terreno sobre el cual se localizan se comportaba de una manera blanda al momento de estar sobre él, ya que es un material arenoso. Por el lado del Q.BM.Mareo, dicho punto se encuentra sobre un muro lo cual dificulta la estabilidad del equipo y se ve propenso a mucho ruido.

# **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

## **5.1 CONCLUSIONES**

Se logra definir una red de puntos para cada mareógrafo, en el que se crea un punto fundamental para cada mareógrafo cumpliendo con las normativas de la UNAVCO para el amojonamiento. Creando una red de 7 de puntos para el mareógrafo de Limón y 5 para el de Quepos, en el que se incluye un banco de nivel oficial del IGN para cada red, con el fin de poder realizar nivelación geométrica, observaciones GNSS y mediciones gravimétricas.

Ya que se conoce el nivel del mar para un punto específico de la costa en un determinado momento gracias al mareógrafo, ahora con los puntos fundamentales y los demás puntos colocados, se podrá conocer los movimientos terrestres que puede haber, los cuales pueden ser influenciados por procesos tectónicos, así como efectos locales por factores geotécnicos.

Se obtienen los desniveles geométricos con precisiones al milímetro logrando hacer un enlace de los mareógrafos al datum oficial de Costa Rica.

Se determinan las coordenadas geodésicas de los puntos de la red de cada mareógrafo enlazados al elipsoide WGS84 por medio de las observaciones GNSS, en el que se consigue desviaciones estándar al milímetro, combinando la nivelación geométrica. Esto debido a que la prueba de T'Student indico que no hay diferencias significativas entre los desniveles geométricos y elipsoidales, consiguiendo dar una altura elipsoidal a los sensores de cada mareógrafo.

Se realizaron las mediciones gravimétricas para toda la red, generando los números geopotenciales para cada punto, obteniendo los valores de la gravedad normal con lo que se tiene las alturas normales, donde estas describen una ondulación similar con las alturas geométricas y elipsoidales.

Por medio de las observaciones gravimétricas y la nivelación geométrica realizada se logra hacer correcciones ortométricas que van en el orden de los centímetros en la mayoría de los desniveles, además se aplica correcciones normales las cuales tienen un menor valor

en comparación con las ortométricas. No obstante, al no haber tanta variación de elevación en el área de estudio, ambas correcciones son pequeñas.

Se logró enlazar el mareógrafo a tres diferentes superficies: al elipsoide WGS84, al datum oficial de Costa Rica y además al cuasigeoide, que al trabajar tan cerca de la costa, esta última superficie adquiere un significado físico.

Tener un punto fundamental al cual cada mareógrafo se encuentre referenciado, es esencial para mantener los datos a lo largo del tiempo y para reconstruir la referencia en caso de pérdida. Más para Costa Rica ya que solo se cuenta con un mareógrafo activo para cada costa del país.

## 5.2 RECOMENDACIONES

Tener la información del mareógrafo referida a un punto fundamental logra medir los cambios en el nivel del mar con respecto a ese punto, pero el punto puede tener movimientos verticales por lo que se recomienda realizar nivelaciones de precisión periódicamente a toda la red para controlar todo tipo de movimiento.

Se recomienda establecer alianzas entre distintas entidades para realizar controles sobre los puntos establecidos en los mareógrafos, ya sea con mediciones gravimétricas, nivelaciones de precisión y observaciones GNSS, además de velar por el estado de los puntos en caso de deterioro o de algún factor externo que les pueda afectar.

Realizar las mediciones gravimétricas tanto en Quepos como Limón en mejores condiciones y/o tiempos nocturnos para reducir el ruido en las observaciones debido a que durante la noche el flujo de personas y vehículos se reduce considerablemente, logrando así que las observaciones se vean lo menos afectadas por cuestiones externas.

Realizar más líneas de nivelación en Limón para tener más grados de libertad en el ajuste libre debido a que en este lugar durante el proyecto hubo baja disponibilidad de equipo, permisos de ingreso y otros inconvenientes surgidos a raíz de la pandemia.

Realizar el enlace a la estación de medición continua de Quepos, la cual no se realizó debido a que las giras de medición con GNSS y nivelación geométrica de precisión, la estación no existía; este enlace es importante para realizar un monitoreo continuo de la variación de la corteza terrestre en la zona de Quepos.

## CAPÍTULO 6. REFERENCIAS

- Berné Valero, J. L., Anquela Julián, A. B. y Garrido Villen, N. (2014). *GNSS.GPS: Fundamentos y Aplicaciones en Geomática*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- Bouin, M. y WWöppelmann, G. (2010). Land motion estimates from GPS at tide gauges: a geophysical evaluation. *Geophysical Journal International*, 180, 193-209. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04411.x
- Caldwell, P. C., M. A. Merrifield, P. R. Thompson (2015), *Sea level measured by tide gauges from global oceans — the Joint Archive for Sea Level holdings (NCEI Accession 0019568)*, Version 5.5, NOAA National Centers for Environmental Information, Dataset, doi:10.7289/V5V40S7W.
- Cazenave, A. (1999), *Les Variations Actuelles du Niveau Moyen de la Mer*. Earth & Planetary Sciences, Elsevier Science Ltda, n. 329, p. 457-469. Disponible en: <sciencedirect.com>.
- Cazenave, A., Do Minh, K. y Gennero, M. (2003). *Present-day sea level rise: from satellite and in situ observations to physical causes*. *Satellite Altimetry for Geodesy, Geophysics and Oceanography*, 126, 23-31. doi:10.1007/978-3-642-18861-9\_2
- Church, J. y White, N. (2006). *A 20th Century Acceleration in Global Sea-Level Rise*. *Geophysical Research Letters*, 33, 1-4. doi: 10.1029/2005GL024826
- Dalazoana, R., Luz, R., Lima, S., Miranda, F., Palmeiro, A. y Freitas, S. (2005). *Controle Vertical Das RRNN E Da Posição Geocêntrica Do Marégrafo No Porto De Imbituba*. Recuperado el 02 de junio del 2018, de: [https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/artigos/2005\\_Control\\_Vertical-das\\_RRNN\\_e\\_Pos\\_Vert\\_do\\_Mareg\\_Imbituba.pdf](https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/artigos/2005_Control_Vertical-das_RRNN_e_Pos_Vert_do_Mareg_Imbituba.pdf)
- Díaz, G. (1997). *Estudio comparativo de la ondulación del geoide determinada por nivelación GPS, y la obtenida aplicando el modelo OSU-91A, sobre una red*

*altimétrica entre el océano pacífico y el Mar Caribe en Costa Rica*. Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional.

Foerste, Christoph; Bruinsma, Sean.L.; Abrykosov, Oleh; Lemoine, Jean-Michel; Marty, Jean Charles; Flechtner, Frank; Balmino, G.; Barthelmes, Franz; Biancale, Richard (2014). *EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse*. GFZ Data Services. <https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>

Franquet Bernis, J. M., Querol Gomez, A. (2010). *Nivelación de terrenos por regresión tridimensional. Una aplicación de los métodos estadísticos*. España: UNED-Tortosa.

Franz Barthelmes. (Enero, 2013). Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. Scientific Technical Report STR09/02. DOI: 10.2312/GFZ.b103-0902-26

Hackney R. I., Featherstone W. E., Geodetic versus geophysical perspectives of the ‘gravity anomaly’, *Geophysical Journal International*, Volume 154, Issue 1, July 2003, Pages 35–43, DOI: <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2003.01941.x>

Huerta, E. (2001). *Sistema de Alturas*. Rosario: Editora ISSN N° 1514-4149.

Hofman-Wellenhof, B y Moritz, H. (2005). *Physical Geodesy*. Austria: Springer-Verlag Wien.

Ilde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R. et al. *Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR)*. *Surv Geophys* 38, 549–570 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3>

Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., Schuh, H. (2019): *ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services and future plans*. - *Earth System Science Data*, 11, pp. 647-674, DOI: <http://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019>.

INEGI, (1982) *Normas, especificaciones y metodologías para gravimetría*. Mexico.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE (2016). *Análise do Nível Médio do Mar nas Estações da Rede Maregráfica Permanente para Geodésia - RMPG 2001/2015*. Recuperado el 02 de junio del 2018, de: [http://geofpt.ibge.gov.br/informacoes\\_sobre\\_posicionamento\\_geodesico/rmpg/relatorio/relatorio\\_RMPG\\_2001\\_2015\\_GRRV.pdf](http://geofpt.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rmpg/relatorio/relatorio_RMPG_2001_2015_GRRV.pdf)

Intergovernmental Oceanographic Commission (2002). *Manual on sea-level measurement and interpretation. Volume III - Reappraisals and Recommendations as of the year 2000. Manuals & Guides 14*, 1, 1-55. Recuperado el 5 de mayo del 2018, de: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000125129>

Intergovernmental Oceanographic Commission (1985). *Manual on sea-level measurement and interpretation. Volume I-Basic procedures. Manuals & Guides 14*, 1, 1-84. Recuperado el 5 de mayo del 2018, de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0006/000650/065061eb.pdf>

Garbanzo León, Jaime & Vega Fernández, Alonso & Varela, Mauricio & Salvatierra, Juan & Kingdon, Robert & Lücke, Oscar. (2020). *A regional Stokes-Helmert geoid determination for Costa Rica (GCR-RSH-2020): computation and evaluation. Contributions to Geophysics and Geodesy*. 50. DOI: 223-247. 10.31577/congeo.2020.50.2.3.

Jonathan Iliffe, J. y Lott, R. (2008) *Datums and Map Projections for Remote Sensing, GIS and Surveying*. (Vol. 2). Scotland, United Kingdom: Whittles Publishing.

Kuppusamy, M., Kaliyaperumal, S.. (2013). *Comparison of Methods for detecting Outliers*. International Journal of Scientific & Engineering Research.

Lennon, G. (1968). *The evaluation of tide gauge performance through the Van de Castelee test. Cahiers Oceanographiques*, 20, 867-877. Recuperado el 5 de mayo del 2018, de: [http://refmar.shom.fr/documents/10227/25989/Lennon\\_1968\\_Van\\_de\\_Castelee\\_Test\\_CO.pdf](http://refmar.shom.fr/documents/10227/25989/Lennon_1968_Van_de_Castelee_Test_CO.pdf)

- Linkimer, L. y Alvarado, G. (2014). *Distribución Espacio-Temporal de la sismicidad sentida en Costa Rica (1976-2013) en el marco histórico del 30 aniversario (1982-2012) de la Red Sismológica Nacional (RSN: UCR-ICE)*. Revista Geológica de América Central, 45-71. DOI: 10.15517/rgac.v0i0.16569.
- López Gallare, F., y López-Colina Perez, C. (2006). *Elementos de topografía y construcción*. Oviedo: Universidad de Oviedo.
- Lücke OH, Picado-Salvatierra JA, Garbanzo-León J, Vega-Fernández A, Blitzkow D, Björkström I, SilvaVC, Oliveira Cancoro deMatos AC (2019) *Absolute gravity network in Costa Rica*. 27th IUGG General Assembly, Montreal, Canada
- Lücke, O. H., Vega Fernandez, A., Varela Sánchez, M., Barboza, L. A., & Garbanzo León, J. (2021). *The improvements of the Costa Rican ground-based gravity dataset as a result of a comprehensive attribute and spatial assessment of the historical databases*. Applied Geomatics, 401-413.
- Mast, T., 2022. Tech2000 GNSS Antenna Mast. [en línea] Kb.unavco.org. Disponible en: <<https://kb.unavco.org/kb/article.php?id=202>> [Accesado 26 Noviembre 2021].
- Mena, J. (2008). *Geodesia Superior* (Vol.I). Madrid: Centro Nacional de Información Geográfica.
- Millán, J. (2006). *Geodesia y Topografía*. Cádiz, España: JM Ediciones.
- Miranda, S., Herrada, A. H., & Pacino, M. C. (2011). *Nuevos estándares en las correcciones de gravedad: estudio de caso para una red local en San Juan, Argentina*. Revista Geofísica
- Moya Zamora, J., & Cedeño Montoya, B. (2017). *Los diferentes datum y proyecciones cartográficas de Costa Rica: generalidades y relaciones*. Revista Geográfica De América Central. doi: dx.doi.org/10.15359/rgac.3-59.2

- Oviedo, E. C. (2016). *Establecimiento de red plani-altimétrica base para el emplazamiento y futuro control emisario final del proyecto de mejoramiento ambiental del área metropolitana de San José*. San José.
- Pugh, D. T. (1996). *Tides, Surges and Mean Sea- Level*. Gran Bretaña: John Wiley & Sons.
- Petroni, R. (2005). *Hidráulica marítima y de estuarios*. Buenos Aires: Dunken.
- Pons Valls, J. M. (s.f.). *La medición del nivel medio del mar: principios y métodos*. Cataluña.
- Ray, R., Beckley, R. y Lemoine, F. (2010). *Vertical crustal motion derived from satellite altimetry and tide gauges, and comparisons with DORIS measurements*. *Advances in Space Research*, 45, 1510-1522. doi: 10.1016/j.asr.2010.02.020
- Rosner, Bernard (May 1983), *Percentage Points for a Generalized ESD Many-Outlier Procedure*, *Technometrics*, 25(2), pp. 165-172. 709-714.
- Sanchez Menendez, F. J. (2009). *Geodesia Y Cartografía: Los Conceptos y su Aplicación Práctica*. EOSGIS SL.
- Späth, F., Antokoletz, E. and Tocho, C., 2022. *Mediciones de la gravedad*. In: F. Späth, E. Antokoletz and C. Tocho, ed., *Tópicos de gravimetría*, 1st ed. Edulp.
- Schomaker, M. and Berry, R., 1981. *Geodetic leveling*. Rockville, Md: National Geodetic Survey.
- Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS) (2018). *Grupo de Trabajo III: Datum Vertical*. Recuperado el 15 de junio del 2018, de: [http://www.sirgas.org/es/organization/working\\_groups/sirgas-wgiii-vertical-datum/](http://www.sirgas.org/es/organization/working_groups/sirgas-wgiii-vertical-datum/)
- Sevilla, Miguel. (1987). *Colocación mínimos cuadrados*. Publicaciones del Instituto de Astronomía y Geodesia. Nº 157. 157. 1-47.
- Springer (2008) Anderson–Darling Test. In: *The Concise Encyclopedia of Statistics*. Springer, New York, NY. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-32833-1\\_11](https://doi.org/10.1007/978-0-387-32833-1_11)

- Teferle, F., Bingley, R., Dodson, A. y Baker, T. (2002) *Application of the dual-CGPS concept to monitoring vertical land movements at tide gauges*. *Physics and Chemistry of the Earth*, 22, 1404-1406. doi: 10.1016/S1474-7065(02)00077-3
- Vanicek, P. (2001). *Geodesy*. Canadá: University of New Brunswick.
- Vanicek, P., Kingdon, R., & Santos, M. (2012). *Geoid versus quasigeoid: a case of physics versus geometry*. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 101-118. doi:10.2478/v10126-012-0004-9
- Yu Li (2021) *Analysis of GAMIT/GLOBK in high-precision GNSS data processing for crustal deformation*. *Earthquake Research Advances*, 01. doi.org/10.1016/j.eqrea.2021.100028.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, L. S., & Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. México: Pearsons Educacion.
- Wolf, P. y Ghilani, C. (2009). *Topografía (11a ed.)*. México: Alfaomega Grupo Editor S.A.

# ANEXOS

## ANEXO 1. Fichas del Banco de Nivel del IGN 57-LA

PAIS COSTA RICA.	CARACTERISTICA DE LA MARCA DISCO DE ALUMINIO 9CM DIAM.	DESIGNACION 57-LA
PROVINCIA, ESTADO, O DEPARTAMENTO LIMON.	ESTABLECIDA POR (ORGANIZACION) I.G.N.	ELEVACION 2.3903 (M)
MUNICIPIO, COMUNA, O CANTON	ORGANIZACION (FUNDIDA EN LA MARCA) I.G.N.	ORDEN (FINAL) (PRELIMINAR)
NEA SIQUIRRES - LIMON.	ESTAMPADA 57-LA 1978.	DATUM

DESCRIPCION DETALLADA DEL PUNTO

La marca se halla al centro y al pie de la tercera ~~escalera~~ grada de la escalinata del Monumento al Trabajador que está ubicada en el costado NE del Parque de Limón. Sobresale 0.4m. y está a 10.5 metros del costado SE del eje de la ruta.

De Oficina Naval del Gobierno de Costa Rica, esquina SE., con rumbo S 67 E, a 30.0m. De esquina - NE del Parque del Limón, esquina exterior de la acera, con rumbo S 69 W, a 36.67m.

El eje de la ruta adyacente a la marca está al NW 0.43m. más bajo, 30m. al NE 0.5m. más bajo y 30 metros al SW 0.46m. más bajo.

CROQUIS

ESCRITA O (RECUPERADA) POR: \_\_\_\_\_ ORGANIZACION \_\_\_\_\_ FECHA \_\_\_\_\_

MONOGRAFIA DE LA COTA FIJA

ANEXO 2. Fichas del Banco de Nivel del IGN 1-Q

PAIS <b>Costa Rica</b>	CARACTERISTICA DE LA MARCA <b>Disco de 9 cms. En bastión concreto del muelle</b>	DESIGNACION <b>1-Q</b>
PROVINCIA, ESTADO, O DEPARTAMENTO <b>Puntarenas</b>	ESTABLECIDA POR (ORGANIZACION) <b>I.G.C.R.</b>	ELEVACION <b>4.8832</b> (M)
MUNICIPIO, COMUNA, O CANTON <b>Aguirre</b>	ORGANIZACION (FUNDIDA EN LA MARCA) <b>I.G.C.R.</b>	ORDEN <b>(FINAL) (PRELIMINAR)</b>
LINEA <b>Coyolar - Quepos Vía Punta Mala (1958)</b>	ESTAMPADA <b>1-Q</b>	DATUM

CROQUIS

En Quepos la marca se encuentra colocada 2.4 metros al Sur del extremo Norte del bastión de concreto en la entrada del muelle, a 4.2 metros al Norte del eje de la ruta y a nivel del bastión. Desde el extremo Este de la baranda Sur de la armadura de hierro a la entrada del muelle con rumbo S80E a 1.8 metros; desde un árbol pequeño de roble al lado Norte de la ruta con rumbo S60W a 9.0 metros, y desde un árbol de mango en el jardín de la oficina al lado Sur de la ruta con rumbo N15E a 16.5 metros.

El eje de la ruta adyacente a la marca está a nivel; 30 metros al Este y 30 metros al Oeste, están a nivel.

DESCRITA O (RECUPERADA) POR: **D. Selig** ORGANIZACION: **I.G.C.R.** FECHA: **Julio de 1958**

### **ANEXO 3.** Fichas de los hitos

## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
BM-LIMON	2.2346	1

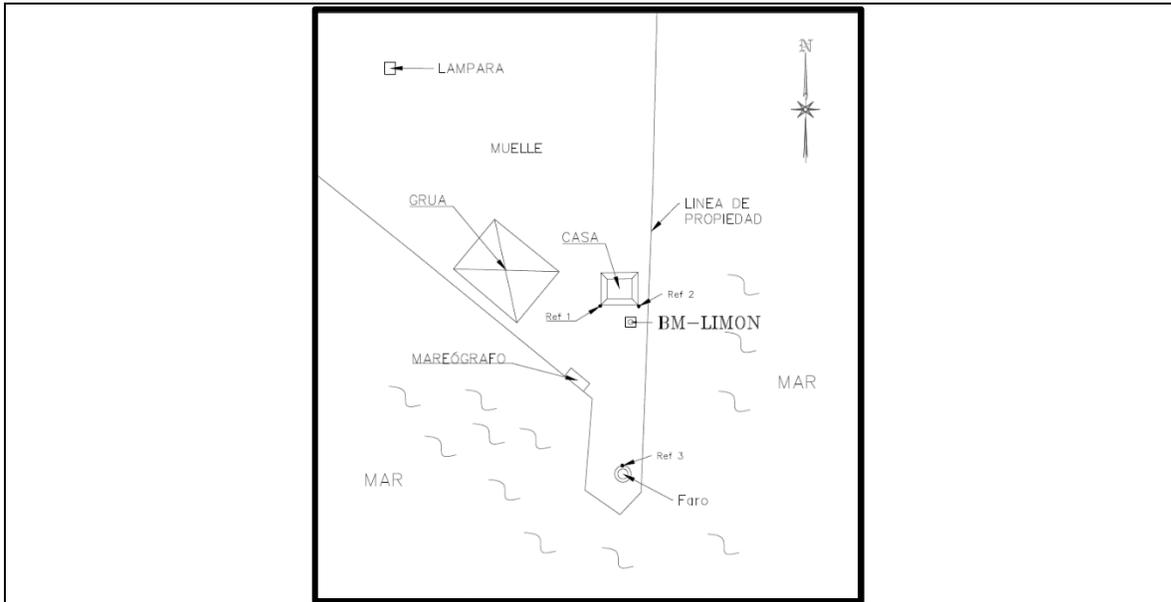
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.988813 ± 0.001 m	<b>Norte</b>	1104666.331 ± 0.001
<b>Longitud</b>	-83.020209 ± 0.001 m	<b>Este</b>	607421.545 ± 0.001
<b>Altura</b>	13.484 ± 0.002 m	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
		0.1071 m	978214.4904 ± 0.0282
		Época: 2019.24	
		<b>Tipo de Mojón</b>	
		Pin de acero	
		<b>Fotografía del Hito</b>	
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Casa	Casa	4m	
Poste	Poste de Luz	7 m	
Grúa	Grúa	15 m	

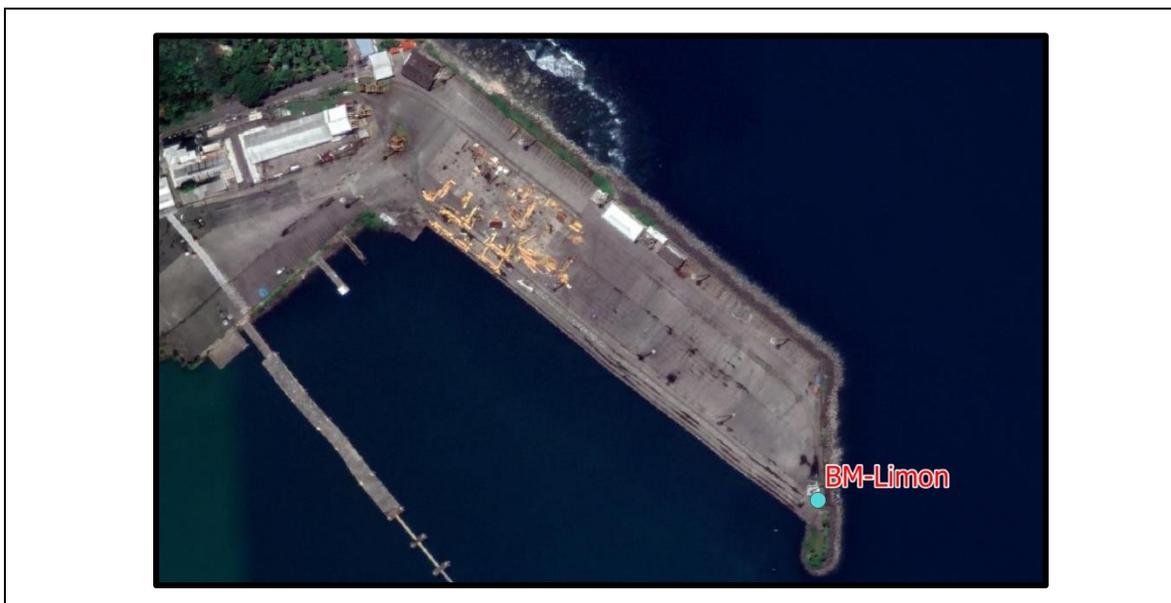
## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El hito se encuentra a nivel de terreno al costado Sur de la casa. La referencia 1 está a 11 m con azimut de 299° 59' 33" el cual es la esquina suroeste de la casa. La referencia 2 es la esquina sureste de la casa y está 6 m con un azimut de 23° 49' 47". La referencia 3 es al faro que esta 46.3 m con azimut de 182° 52' 47".

## Imagen Satelital



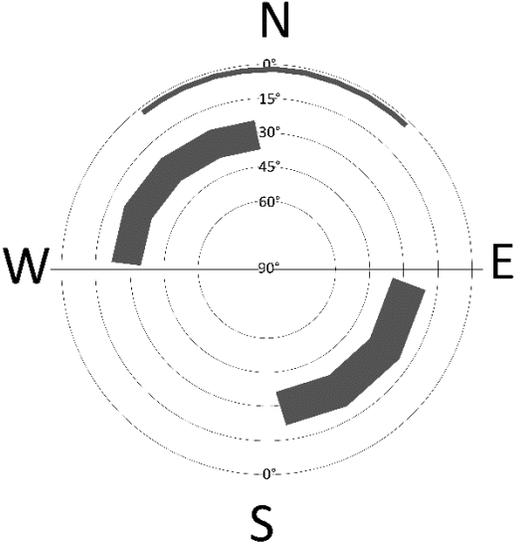
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
L-BM2	2.5530	1

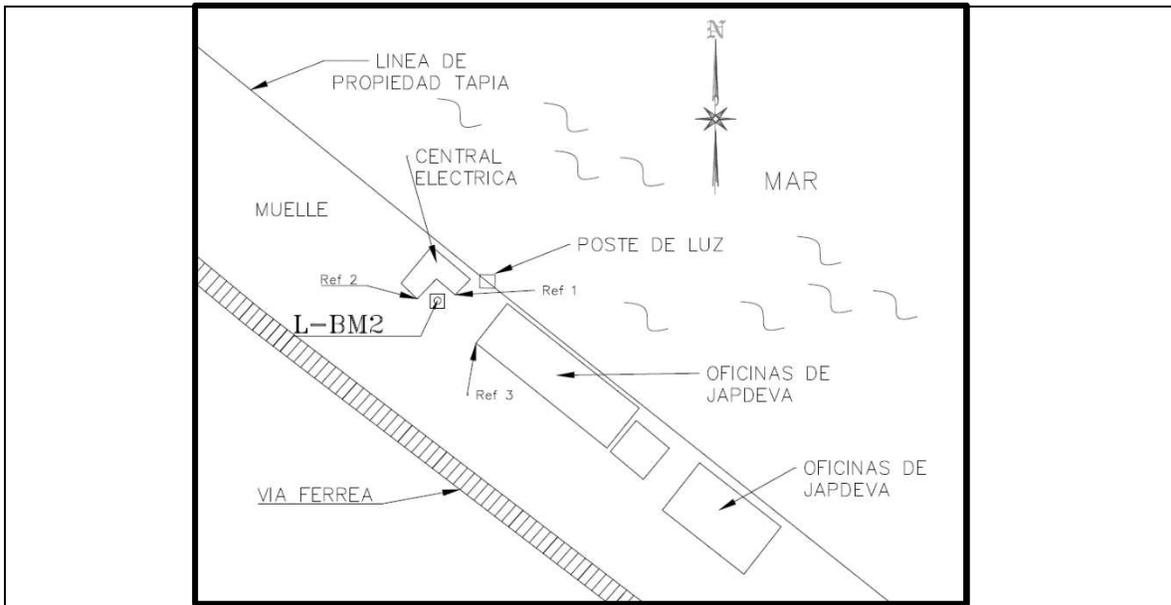
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.991341 ± 0.001	<b>Norte</b>	1104945.377 ± 0.001
<b>Longitud</b>	-83.021997 ± 0.001	<b>Este</b>	607224.668 ± 0.001
<b>Altura</b>	13.777 ± 0.004	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad mGal</b>
<b>Horizonte:</b>  		0.4250	978215.0655 ± 0.0231
		<b>Época 2019.24</b>	
		<b>Tipo de Mojón</b>	
		Chapa de Bronce	
		<b>Fotografía del Hito</b>	
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Tapia	Tapia de concreto	1.5-3m	
Edificio	Edificio	5 m	
Poste	Poste de luz	6 m	

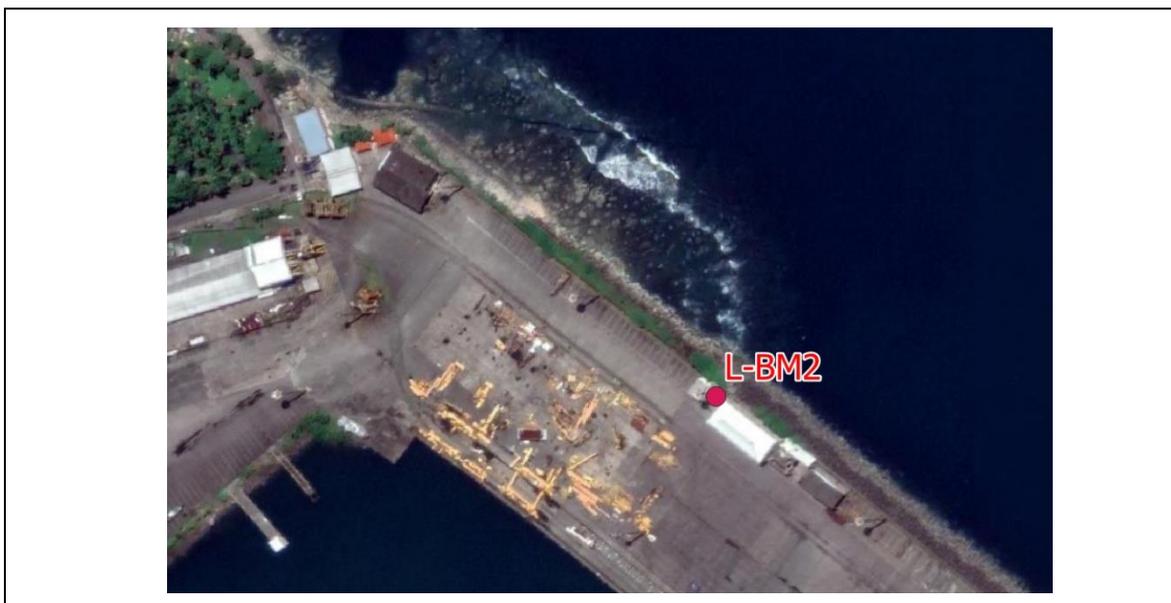
## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El hito se encuentra a nivel de terreno al costado Sur de la central eléctrica. La referencia 1 está a 4.3 m con azimut de  $71^{\circ} 30'$  el cual es la esquina noreste de la central eléctrica. La referencia 2 es la esquina noroeste de la central eléctrica y está 4.71 m con un azimut de  $275^{\circ} 06'$ . La referencia 3 es a la esquina de la pared de las oficinas de JAPDEVA que están al sureste la cual está a 13.10 m con azimut de  $137^{\circ} 40'$ .

## Imagen Satelital



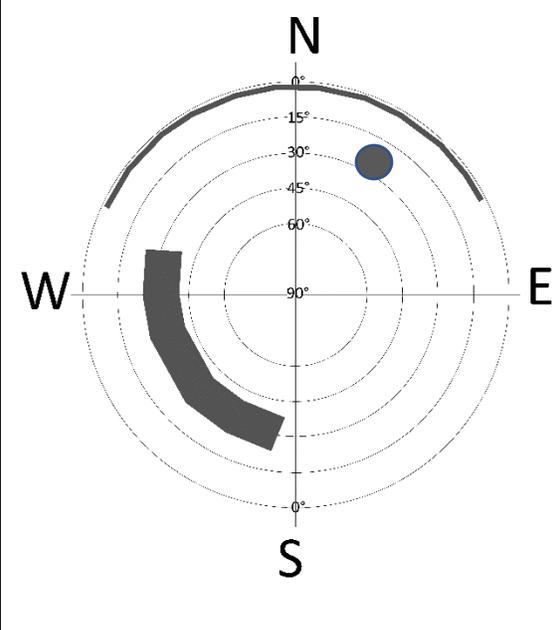
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
L-BM3	2.8920	1

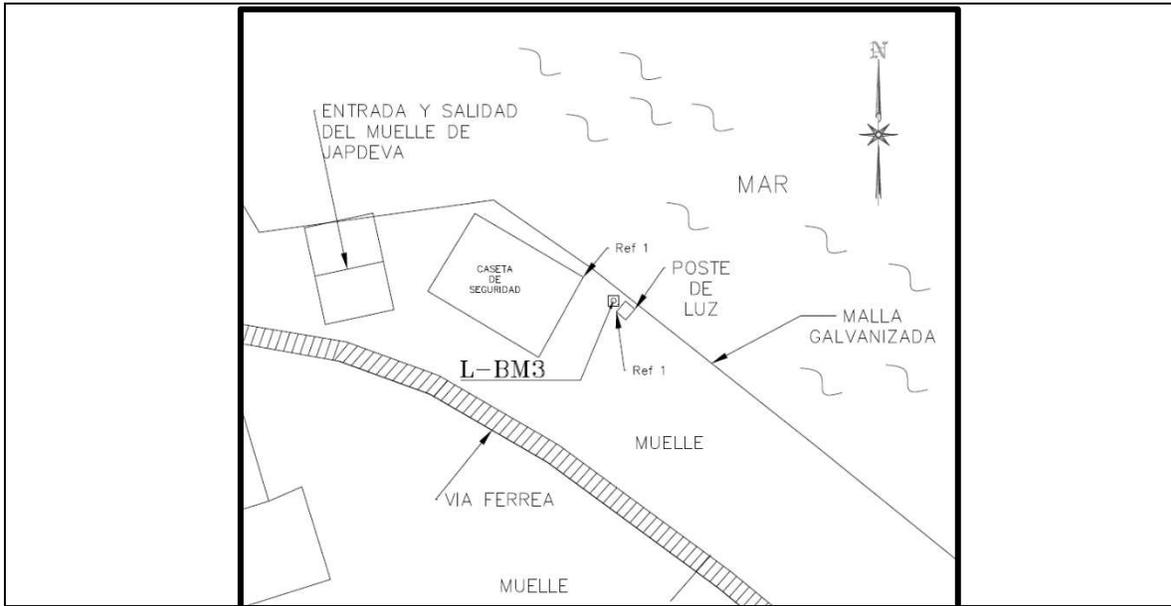
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.992441 ± 0.001	<b>Norte</b>	1105066.633 ± 0.001
<b>Longitud</b>	-83.023281 ± 0.001	<b>Este</b>	607083.522 ± 0.001
<b>Altura</b>	14.133 ± 0.003	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad mGal</b>
		0.7634	978215.3820 ± 0.0148
<b>Horizonte:</b>			
			
<b>Época 2019.24</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del hito</b>			
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Poste	Poste de Luz	1 m	
Malla	Malla Galvanizada	1 m	
Techo	Techo de guardas	9 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El hito se encuentra a nivel de terreno al costado Sureste de la caseta del guarda en la salida del muelle. La referencia 1 está a 1.15 m con Azimut de  $151^{\circ} 20'$  el cual es el poste de electricidad. La referencia 2 es la esquina sureste de la caseta del guarda en la salida del muelle el cual es un poste de concreto y está 9.35 m con un azimut de  $308^{\circ} 53'$ .

## Imagen Satelital



### Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
L-BM4	1.8527	1

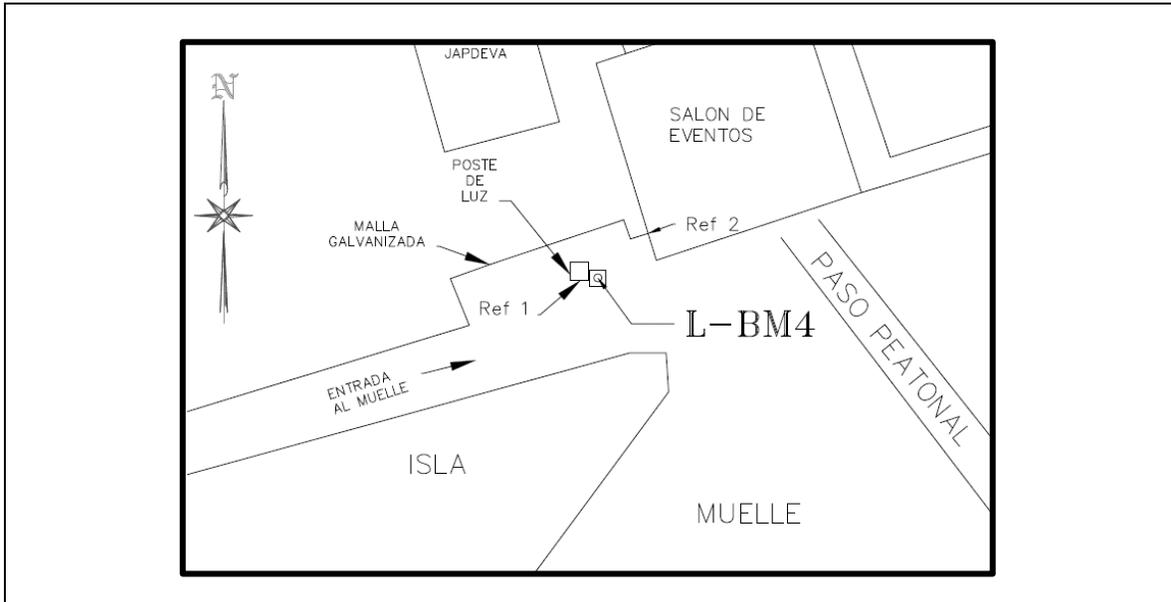
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
Latitud	9.991209 ± 0.001	Norte	1104929.471 ± 0.001
Longitud	-83.026025 ± 0.001	Este	606783.056 ± 0.001
Altura	13.129 ± 0.002	Altura Normal	Gravedad
<p style="text-align: center;">Horizonte:</p>		-0.2742	978215.7597 ± 0.0193
		Época 2019.24	
		Tipo de Mojón	
		Chapa de Bronce	
		Fotografía del hito	
ID	OBSTACULO	DISTANCIA	
Poste	Poste de Luz	0.5m	
Edificio	Edificio Salón de eventos	12 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El hito se encuentra a nivel de terreno al costado Sureste del poste de luz al costado Oeste del salón de eventos dentro del muelle. La referencia 1 está a 0.4 m con Azimut de  $270^{\circ} 00'$  el cual es el poste de electricidad. La referencia 2 es la esquina noreste del tubo de la malla galvanizada que pega con el salón de eventos y está 10.75 m con un azimut de  $48^{\circ} 30'$ .

## Imagen Satelital



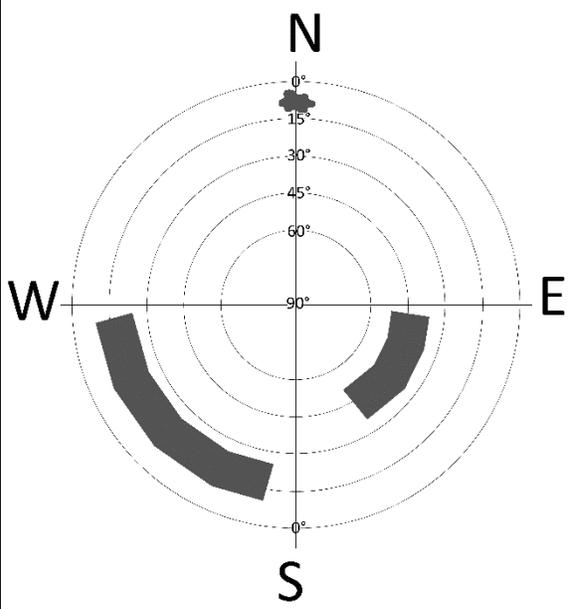
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
L-BM5	2.1052	1

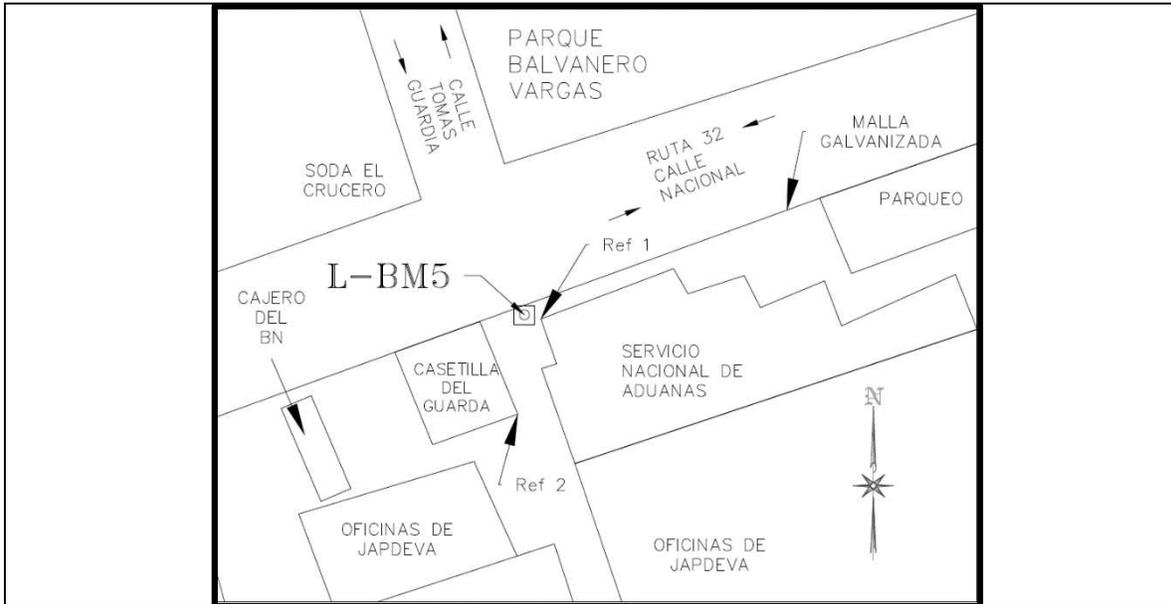
### Ubicación del Banco de Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.991857 ± 0.002	<b>Norte</b>	1105001.237± 0.002
<b>Longitud</b>	-83.025747 ± 0.002	<b>Este</b>	606813.326 ± 0.002
<b>Altura</b>	13.374 ± 0.006	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
<p><b>Horizonte:</b></p> 		-0.0221	978215.7827 ± 0.0191
		<b>Época: 2019.24</b>	
		<b>Tipo de Mojón</b>	
		Chapa de Bronce	
		<b>Fotografía del Hito</b>	
		<b>ID</b>	
		<b>OBSTACULO</b>	
		<b>DISTANCIA</b>	
		Malla	Malla galvanizada
Edificio	Edificio Aduanas	1.35 m	
Caseta	Caseta de guarda	8 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El mojón se encuentra a nivel de terreno al costado Noreste de la casetilla del guarda en la entrada principal. La referencia 1 está a 1.35 m con Azimut de  $103^{\circ} 50'$  el cual es la esquina de la pared de concreto de la oficina de servicio nacional de aduanas La referencia 2 es la esquina sureste casetilla del guarda en la entrada principal y está 12.50 m con un azimut de  $183^{\circ} 50'$ .

## Imagen Satelital



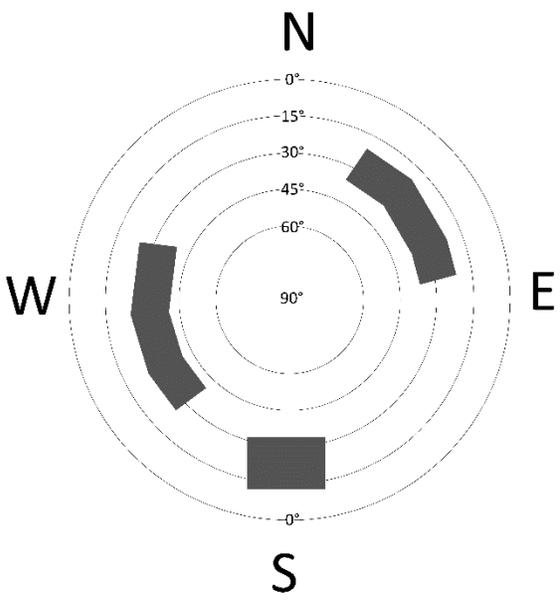
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
L-BM6	2.2909	1

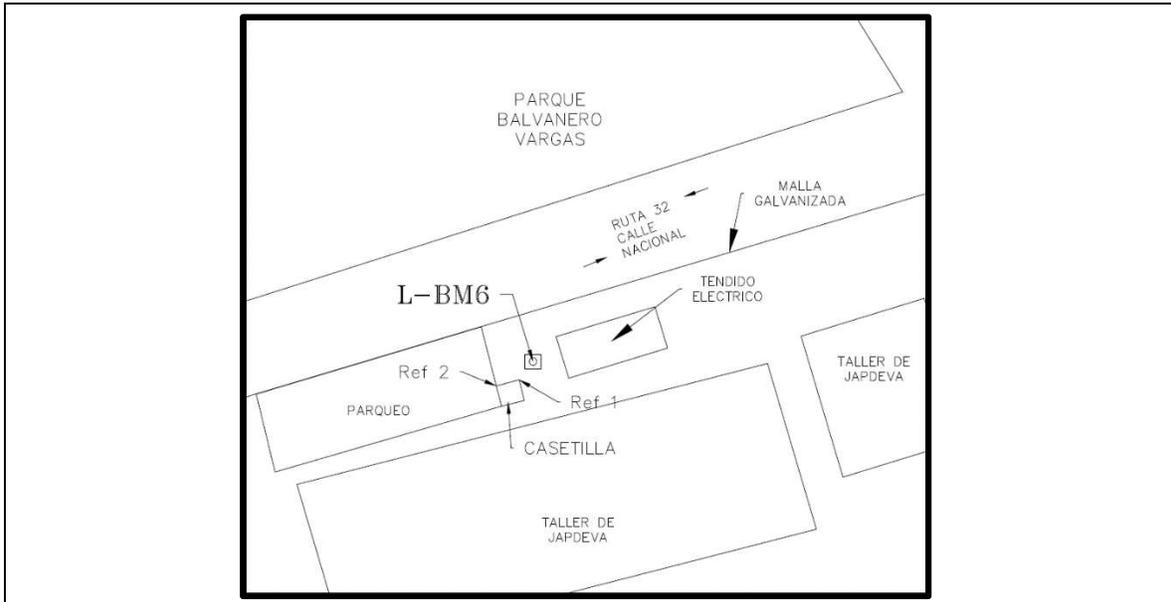
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.992117 ± 0.001	<b>Norte</b>	1105030.280 ± 0.001
<b>Longitud</b>	-83.024871 ± 0.001	<b>Este</b>	606909.291 ± 0.001
<b>Altura</b>	13.554 ± 0.001	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
		0.1633	978215.6724 ± 0.0273
<b>Horizonte:</b>			
			
<b>Época: 2019.24</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del Hito</b>			
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Malla	Malla galvanizada	1.5 m	
Eléctrico	Tendido Eléctrico	4 m	
Parqueo	Parqueo	7 m	
Edificio	Edificio de taller de JAPDEVA	10 -12 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El hito se encuentra a nivel de terreno al costado Noreste de la pared de concreto de la casetilla del parqueo. La referencia 1 está a 3.8 m con Azimut de  $217^{\circ} 10'$ . La referencia 2 es la esquina noroeste casetilla del parqueo y está 7.4 m con un azimut de  $236^{\circ} 30'$ .

## Imagen Satelital



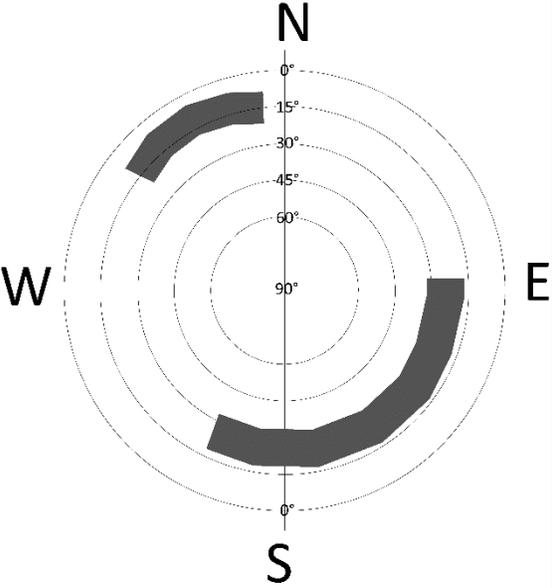
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
57-LA	2.3903	1

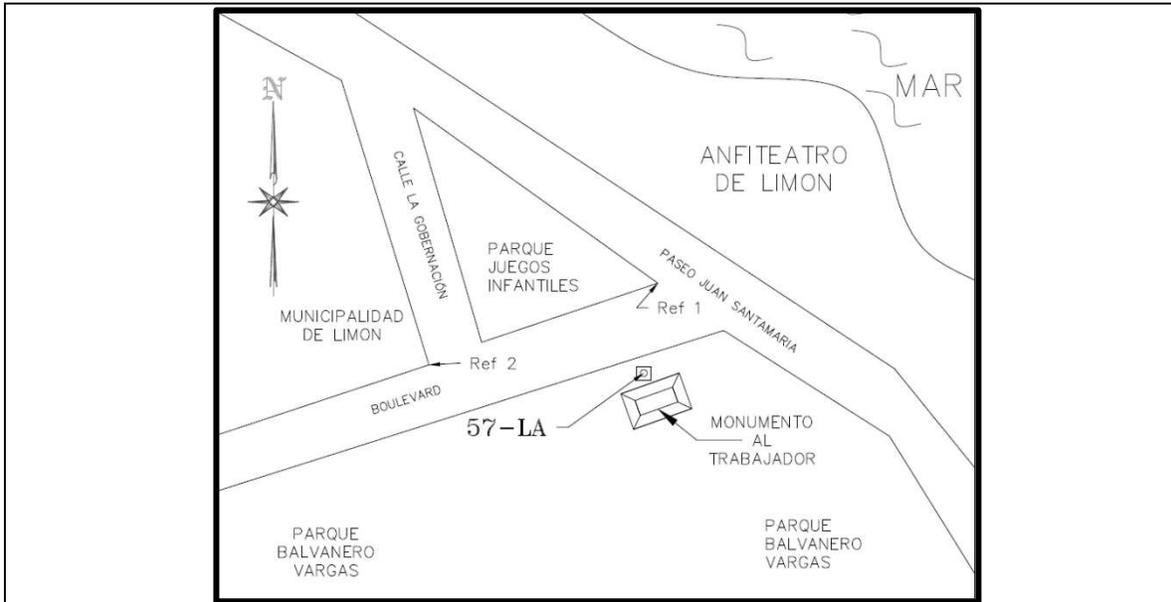
### Ubicación del Banco de Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.993105 ± 0.002	<b>Norte</b>	1105139.517 ± 0.002 m
<b>Longitud</b>	-83.025017 ± 0.002	<b>Este</b>	606892.960 ± 0.002 m
<b>Altura</b>	13.649 ± 0.003	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
		0.2625	978215.7938 ± 0.0139
<b>Época: 2019</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del Mojón</b>			
<p style="text-align: center;"><b>Horizonte:</b></p> 			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Obelisco	Monumento al trabajador	0.5 m	
Edificio	Municipalidad	40 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, en el Parque Balvanero Vargas al Noroeste, frente del Monumento al Trabajador y se encuentra a nivel de la tercera grada. La referencia 1 está a un azimut de  $9^{\circ} 00'$  y una distancia de 16.5 metros a la esquina de la acera del parque de juegos infantiles. Y la referencia 2 está en la acera sureste de la esquina de la Municipalidad de Limón con un azimut de  $272^{\circ} 15'$  con una distancia de 39 metros.

## Imagen Satelital



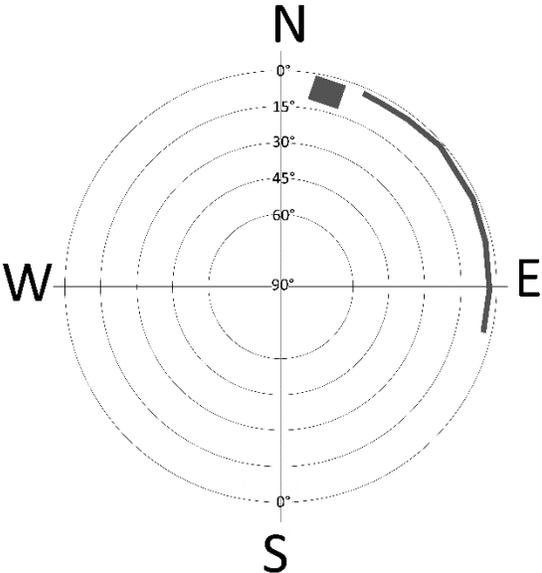
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

<b>Nombre del Punto</b>	<b>Elevación</b>	<b>Orden</b>
L-BM-MAREO	2.4072	1

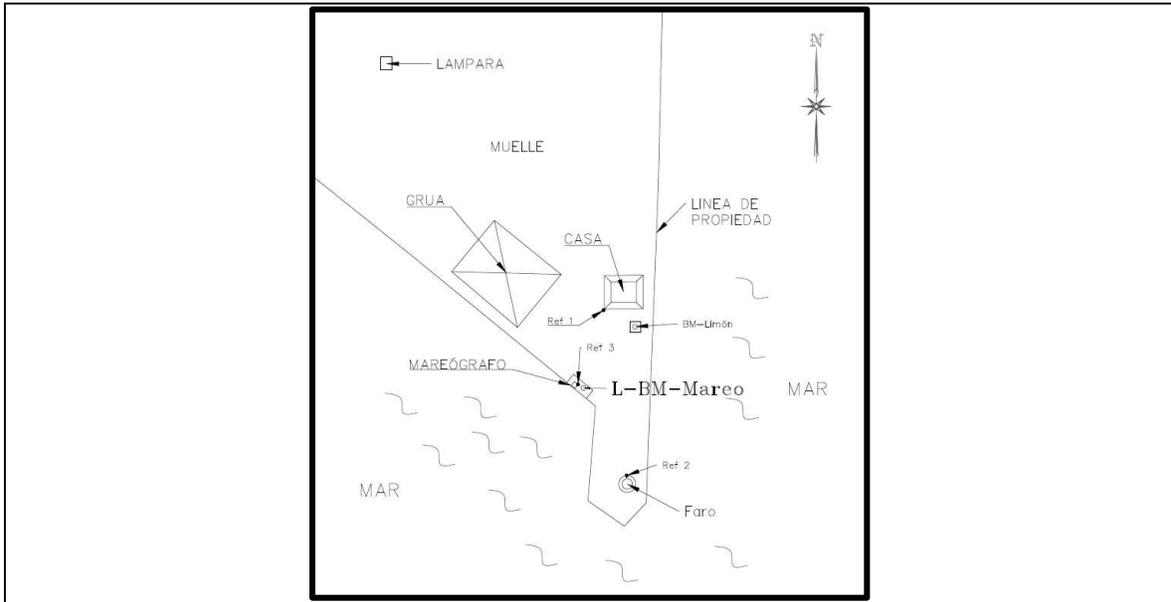
### Ubicación del Banco De Nivel

<b>Provincia</b>	<b>Cantón</b>	<b>Distrito</b>	<b>Barrio Poblado</b>
07 Limón	01 Limón	01 Limón	JAPDEVA

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.988653 ± 0.002 m	<b>Norte</b>	104648.58702 ± 0.002 m
<b>Longitud</b>	-83.020351 ± 0.002 m	<b>Este</b>	607406.02810 ± 0.002 m
<b>Altura</b>	13.660 ± 0.003 m		
<p><b>Horizonte:</b></p> 		<b>Fecha de Monumentación</b>	
		<b>Época: 2019</b>	
		<b>Tipo de Mojón</b>	
		Chapa de Bronce	
		<b>Fotografía del Mojón</b>	
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Mareógrafo	Mareógrafo	0.3 m	
Malla	Malla	0.3m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Limón, dentro del muelle de JAPDEVA. El mojón se encuentra a nivel de terreno al costado Noreste del Mareógrafo dentro de la malla galvanizada. La referencia 1 está a 25.03 m con azimut de  $14^{\circ} 31' 38''$  el cual es la esquina suroeste de la casa. La referencia 2 es al faro que esta 30.3 m con azimut de  $153^{\circ} 42' 57''$ . La referencia 2 es la esquina suroeste del mareógrafo y está 0.45 m con un azimut de  $302^{\circ} 47' 14''$ .

## Imagen Satelital



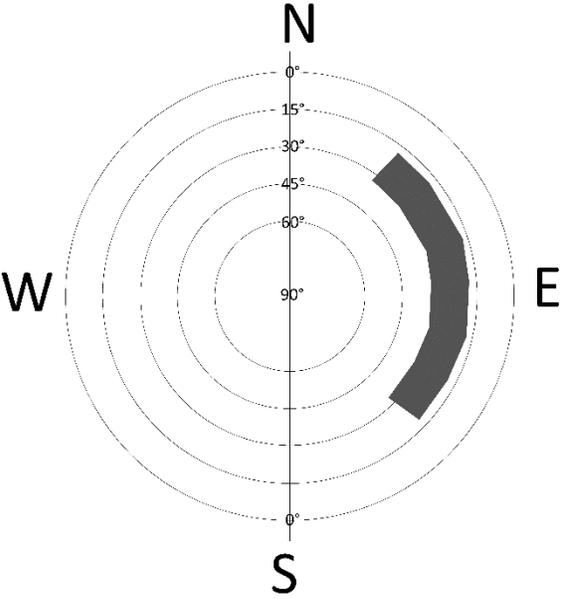
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

<b>Nombre del Punto</b>	<b>Elevación</b>	<b>Orden</b>
QUEP	5.7372	1

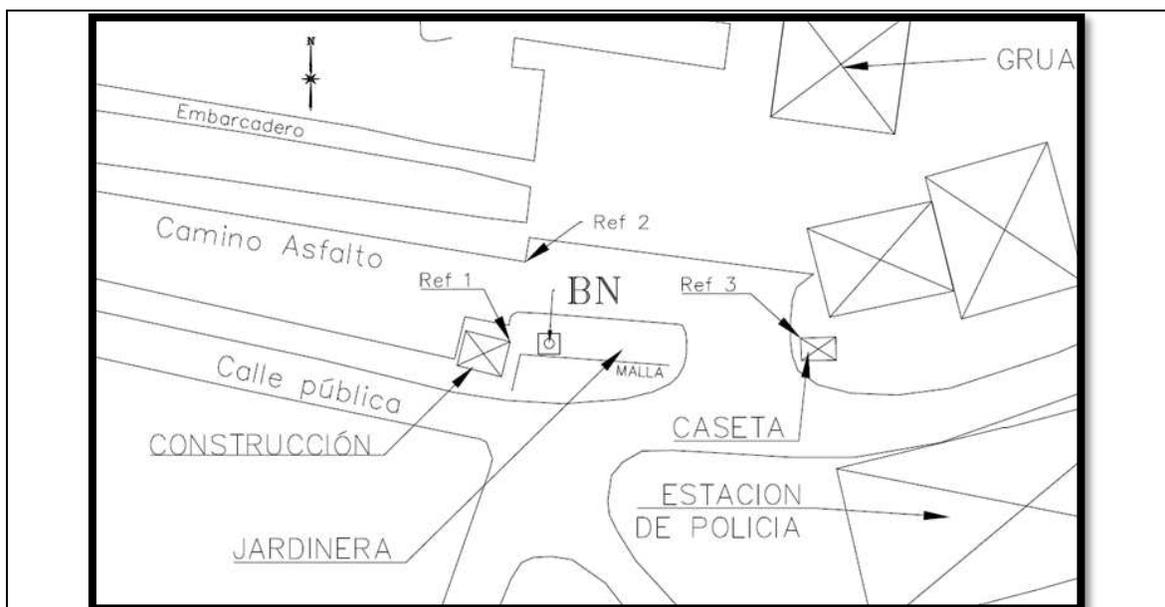
### Ubicación del Banco De Nivel

<b>Provincia</b>	<b>Cantón</b>	<b>Distrito</b>	<b>Barrio Poblado</b>
06 Puntarenas	06 Quepos	01 Quepos	Marina Pez Vela

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.424577 ± 0.001 m	<b>Norte</b>	1042109.885 ± 0.001 m
<b>Longitud</b>	-84.16835 ± 0.001 m	<b>Este</b>	481512.489 ± 0.001 m
<b>Altura</b>	17.513 ± 0.005 m	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
		0.1075	978195.232
<b>Horizonte:</b>			
			
<b>Época: 2019</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del Mojón</b>			
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Malla	Malla Galvanizada	0.5 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Quepos, dentro de la Marina Pez Vela. El mojón se encuentra sobre una losa de concreto dentro de una jardinera. La referencia 1 está a 5.93m con Azimut de  $92^{\circ}36'58''$  de la esquina de la pared de concreto de una construcción. La referencia 2 está a 12.88m con un azimut de  $163^{\circ}38'21''$  de la esquina del muro. Por otra parte, la referencia 3 se encuentra a 38.23m de la esquina de la caseta del guarda, con un azimut de  $268^{\circ}48'8''$ .

## Imagen Satelital



## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
Q-BM2	3.5142	1

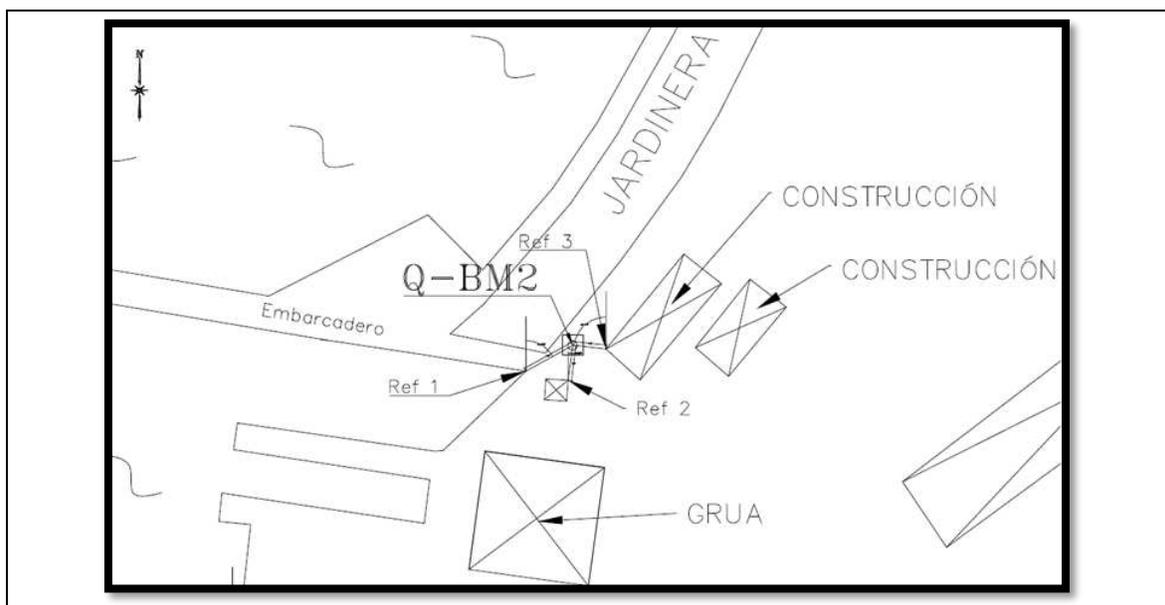
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
06 Puntarenas	06 Quepos	01 Quepos	Marina Pez Vela

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.425207 ± 0.021 m	<b>Norte</b>	1042179.535 ± 0.021 m
<b>Longitud</b>	-84.167895 ± 0.006 m	<b>Este</b>	481562.488 ± 0.006 m
<b>Altura</b>	15.303 ± 0.002 m	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
		-2.1118	978195.3663
<b>Horizonte:</b>			
<b>Época: 2019</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del Mojón</b>			
ID	OBSTACULO	DISTANCIA	
Decoración	Ancla	1.5 m	
Edificio	Edificio de administrativos	5 m	
Edificio	Edificio Caseta de seguridad	4 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Quepos, dentro de la Marina Pez Vela. El mojón se encuentra sobre el terreno dentro de una jardinera. La referencia 1 está a 8.45m con Azimut de  $61^{\circ}20'35''$  de la esquina del muro localizado en sitio. La referencia 2 está a 5.53m con un azimut de  $352^{\circ}27'12''$  de la esquina de la caseta. Por otra parte, la referencia 3 se encuentra a 5.29m de la esquina de la construcción, con un azimut de  $276^{\circ}41'41''$ .

## Imagen Satelital



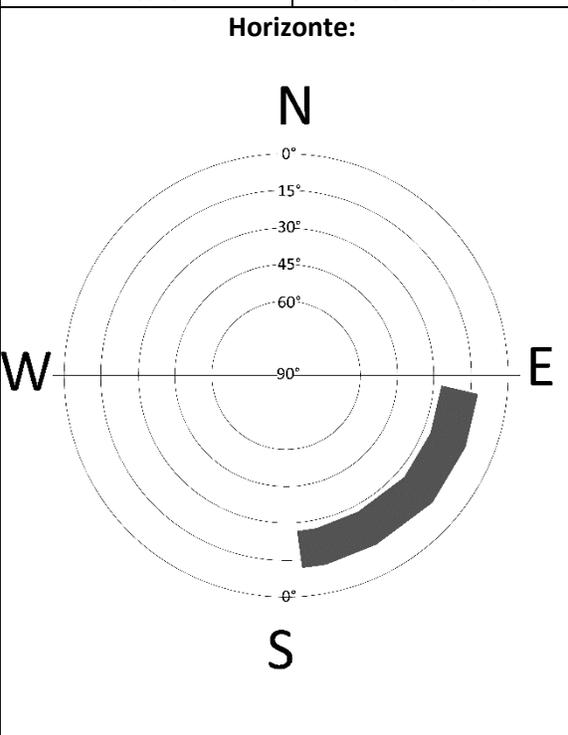
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
Q-BM3	3.3064	1

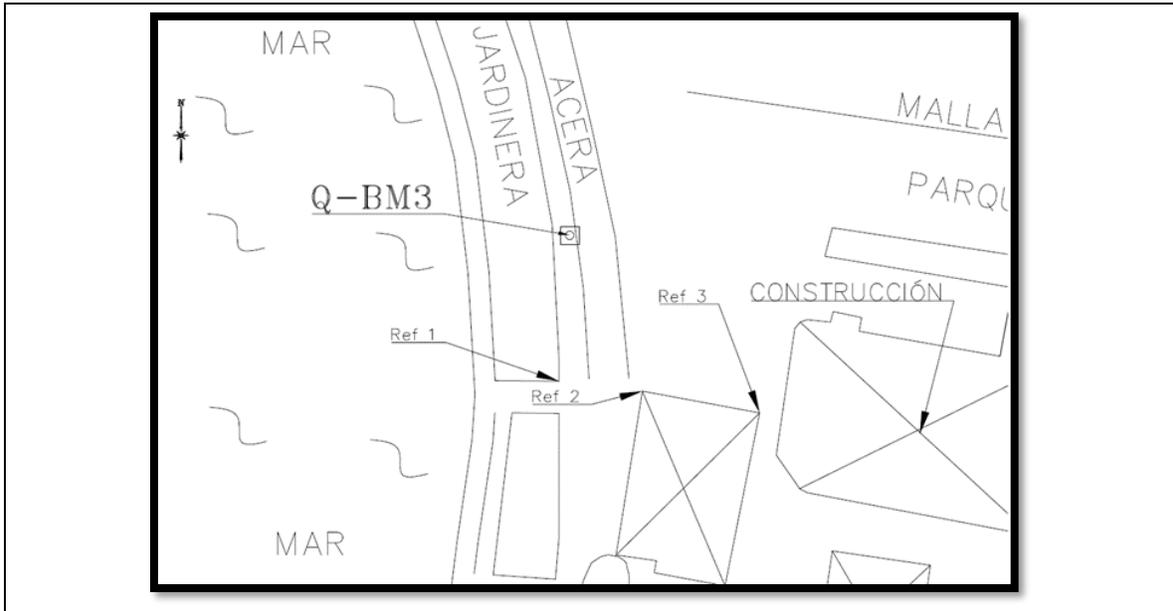
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
06 Puntarenas	06 Quepos	01 Quepos	Marina Pez Vela

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
<b>Latitud</b>	9.426864 ± 0.021 m	<b>Norte</b>	1042362.762 ± 0.021 m
<b>Longitud</b>	-84.167385 ± 0.020 m	<b>Este</b>	481618.582 ± 0.020 m
<b>Altura</b>	15.107 ± 0.002 m	<b>Altura Normal</b>	<b>Gravedad</b>
<p><b>Horizonte:</b></p> 		-2.3192	978194.6464
		<b>Fecha de Monumentación</b>	
		<b>Época: 2019</b>	
		<b>Tipo de Mojón</b>	
		Chapa de Bronce	
		<b>Fotografía del Mojón</b>	
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Árbol	Palmeras	1-5 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Quepos, dentro de la Marina Pez Vela. El mojón se encuentra sobre el terreno dentro de una jardinera. La referencia 1 está a 25.69m con Azimut de  $4^{\circ}14'52''$  de la esquina del muro localizado en sitio. La referencia 2 está a 30.17m con un azimut de  $334^{\circ}59'20''$  de la esquina de una construcción. Por otra parte, la referencia 3 se encuentra a 45.63m de la esquina de la construcción, con un azimut de  $313^{\circ}1'25''$ .

## Imagen Satelital



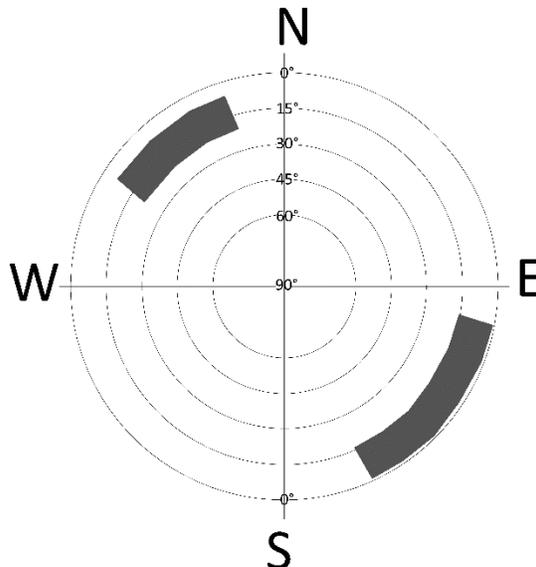
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
Q-BM4	5.5712	1

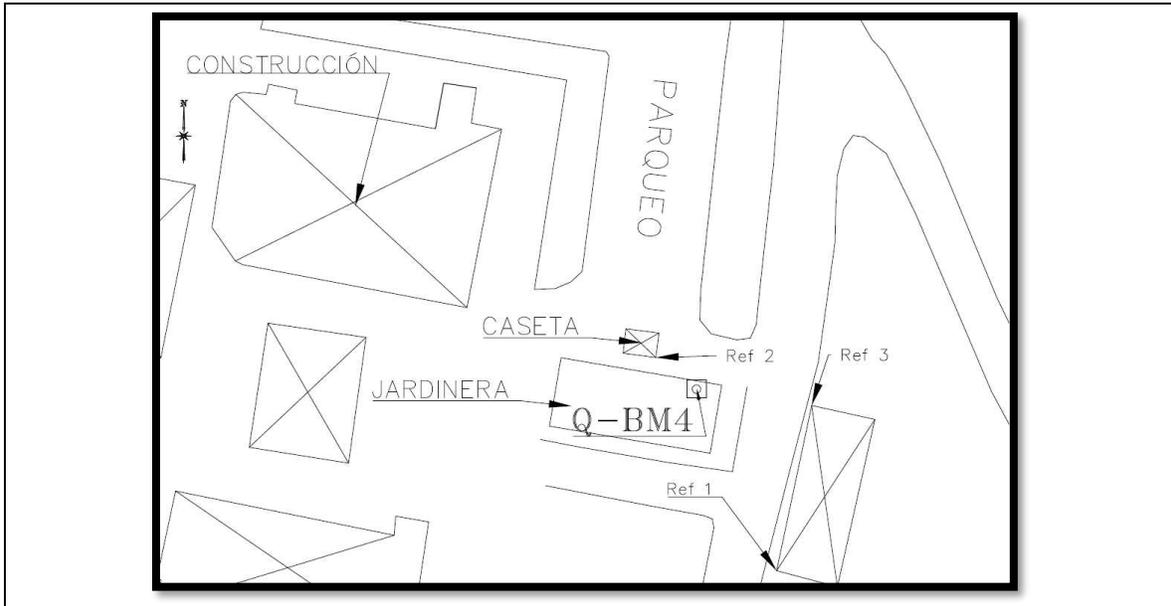
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
06 Puntarenas	06 Quepos	01 Quepos	Marina Pez Vela

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
Latitud	9.426259 ± 0.006 m	Norte	1042295.795 ± 0.006 m
Longitud	-84.166278 ± 0.022 m	Este	481740.116 ± 0.022 m
Altura	17.383 ± 0.002 m	Altura Normal	Gravedad
		-0.0582	978194.1987
<b>Horizonte:</b>			
			
<b>Época: 2019</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del Mojón</b>			
			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Edificio	Edificio Caseta de seguridad	12 m	
Edificio	Edificio	20 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Quepos, dentro de la Marina Pez Vela. El mojón se encuentra sobre el terreno dentro de una jardinera. La referencia 1 está a 34.98m con Azimut de  $336^{\circ}14'56''$  de la esquina de la construcción. La referencia 2 está a 12.61m con un azimut de  $127^{\circ}19'22''$  de la esquina de la caseta Por otra parte, la referencia 3 se encuentra a 20.45m de la esquina de la construcción, con un azimut de  $278^{\circ}6'45''$ .

## Imagen Satelital



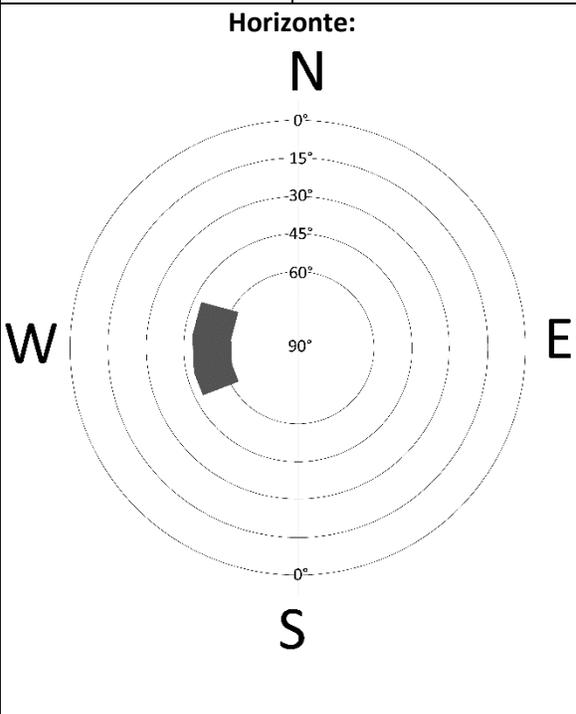
## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
Q-BM-MAREO	2.8661	1

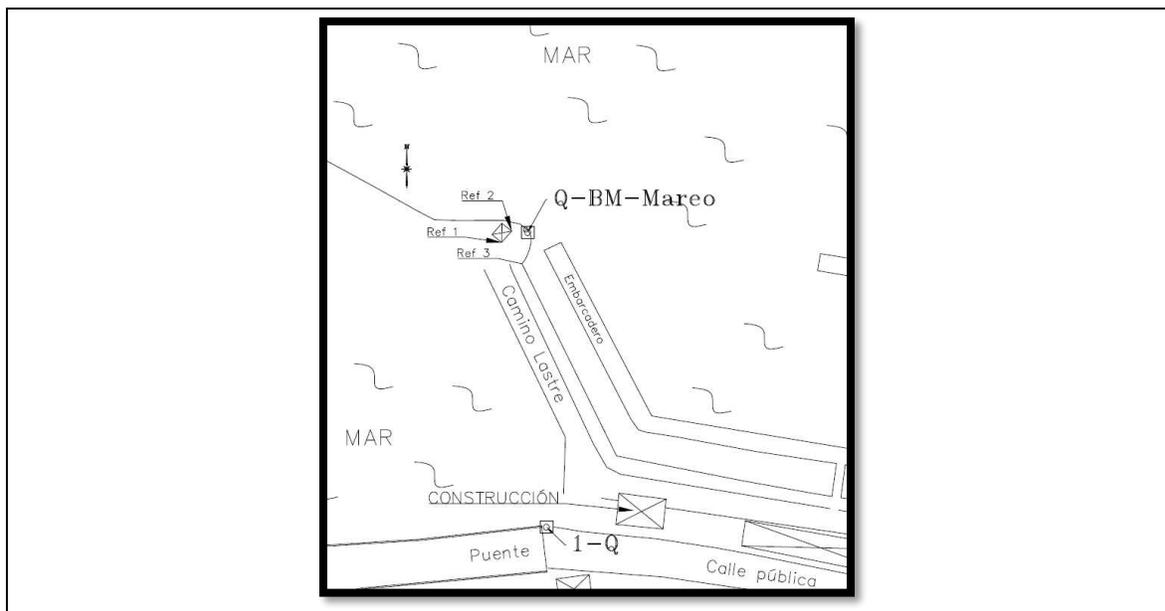
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
06 Puntarenas	06 Quepos	01 Quepos	Marina Pez Vela

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
Latitud	9.425503 ± 0.016 m	Norte	1042212.380 ± 0.016 m
Longitud	-84.170135 ± 0.017 m	Este	481316.517 ± 0.017 m
Altura	14.643 ± 0.002 m	Altura Normal	Gravedad
		-2.7588	978195.4242
<b>Época: 2019</b>			
<b>Tipo de Mojón</b>			
Chapa de Bronce			
<b>Fotografía del Mojón</b>			
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Horizonte:</p>  <p>W <span style="margin-left: 200px;">E</span></p> <p>S</p> </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Mareógrafo	Mareógrafo	0.5 m	
Edificio	Edificio caseta de seguridad	4m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Quepos, dentro del muelle de la Marina Pez Vela. El mojón se encuentra sobre un muro de concreto al Este de una caseta. La referencia 1 está a 7.18m con Azimut de  $69^{\circ}30'51''$  de la esquina de la pared de concreto de la caseta. La referencia 2 es la esquina Noreste de la caseta del guarda a 4.14 m con un azimut de  $95^{\circ}0'45''$ . Por otra parte, la referencia 3 se encuentra a 8.21m de la esquina del muro, con un azimut de  $10^{\circ}19'1''$ .

## Imagen Satelital



## Ficha de Ubicación del Banco de Nivel

Nombre del Punto	Elevación	Orden
1-Q	4.8832	1

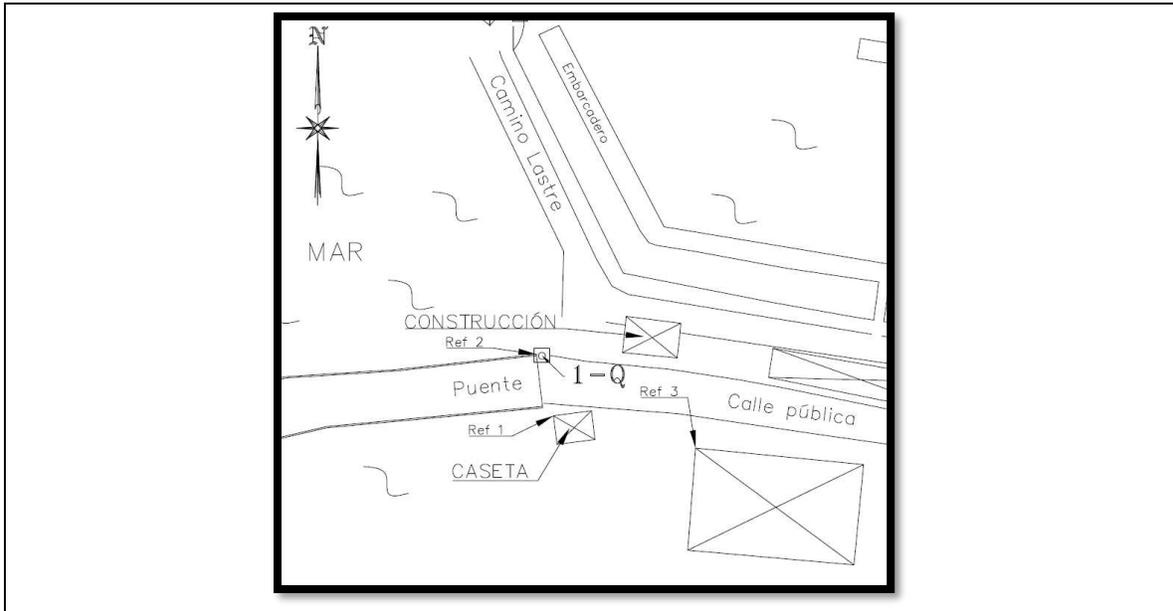
### Ubicación del Banco De Nivel

Provincia	Cantón	Distrito	Barrio Poblado
06 Puntarenas	06 Quepos	01 Quepos	Marina Pez Vela

### Coordenadas del Punto

Geodésicas (WGS84)		Planas (CRTM05)	
Latitud	9.424815 ± 0.001	Norte	1042136.299 ± 0.001 m
Longitud	-84.170091 ± 0.001	Este	481321.311 ± 0.001 m
Altura	16.682 ± 0.001	Altura Normal	Gravedad
		-0.7451	978195.6143
<b>Horizonte:</b>			
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>N</b></p> <p><b>S</b></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Época: 2019</b></p> <p><b>Tipo de Mojón</b></p> <p>Chapa de Bronce</p> <p><b>Fotografía del Mojón</b></p> </div> </div>			
<b>ID</b>	<b>OBSTACULO</b>	<b>DISTANCIA</b>	
Viga	Vigas del muelle	10 m	
Edificio	Edificio del muelle	10 m	

## Croquis de Ubicación



## Descripción de la Referencia

Situado en Quepos, cerca del puente que se encuentra fuera de la Marina Pez Vela. El mojón se encuentra sobre concreto al Este del bastión de puente. La referencia 1 está a 13.63m con Azimut de  $349^{\circ}8'30''$  de la esquina oeste de la caseta. La referencia 2 se encuentra a 1.25m con un azimut de  $103^{\circ}0'10''$  del bastión del puente. Por otra parte, la referencia 3 se encuentra a 39.93m de la esquina del muro, con un azimut de  $301^{\circ}8'15''$ .

## Imagen Satelital

