

## Facultad de Ingeniería Escuela de Ingeniería Mecánica

# Análisis y diseño de máquinas biosaludables

Trabajo final de graduación sometido a la consideración de la

Universidad de Costa Rica

como parte de los requisitos para aspirar al título y grado de

LICENCIATURA EN INGENIERÍA MECÁNICA

Ana Lucía Buitrago Méndez Sebastián Martín España Tapia Valeria Pugliese Gallardo

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio Abril de 2022 .

### Hoja de tribunal

ca

Este proyecto de graduación fue aceptado por la Comisión de Trabajos Finales de Graduación de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar por el grado y título de Licenciatura en Ingeniería Mecánica.

\_\_\_\_\_ Representante de Director de la Unidad Académi-

Lic. Luis Javier González Valverde Representante de Director Escuela de Ingeniería mecánica

\_\_\_\_\_Asesor director Ing. Pietro Scaglioni Solano, Ph.D. Escuela de Ingeniería Mecánica

\_\_\_\_\_Asesor interno MSc. Ing. Raziel Farid Sanabria Sandí

Escuela de Ingeniería Mecánica

\_\_\_Asesor externo

MSc. Randall Gutiérrez Vargas Escuela de Ciencias del Movimiento Humano y Calidad de Vida, Universidad Nacional

MSc. Juan Gabriel Monge Gapper Escuela de Ingeniería Mecánica Representante del Curso IM-0418

Ponente

Ana Lucía Buitrago Méndez

Ponente

Sebastián Martín España Tapia

\_\_\_Ponente

Valeria Pugliese Gallardo

### Agradecimientos

Primero que todo queremos agradecerle a Dios, a nuestras familias y a nuestros compañeros por todo el apoyo durante nuestro periodo como estudiantes de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Costa Rica. Su apoyo fue esencial para llegar a este momento tan importante de nuestras vidas.

Además, agradecerle a los profesores tutores de tesis, Ing. Pietro Scaglioni, Ph.D, MSc. Ing. Raziel Sanabria y Msc. Randall Gutiérrez por todos los consejos y el tiempo dedicado a nuestro Trabajo Final de Graduación. Sin su acompañamiento no hubiera sido posible el desarrollo del presente trabajo y la pronta graduación de Licenciatura de Ingeniería Mecánica.

Por último, queremos agradecerle a los estudiantes de la Universidad de Costa Rica Ángelo Soto, Rebeca Ventura y Bryan Jiménez por su ayuda brindada durante la elaboración de este Trabajo Final de Graduación.

## Epígrafe

"Si no se mide lo que se hace, no se puede controlar y si no se puede controlar, no se puede dirigir y si no se puede dirigir no se puede mejorar" - William Thomson Kelvin

# Índice general

	Hoja	a de tribunal
	Agra	ndecimientos
	Epíg	rafe $\ldots$
	Índio	ce de ilustraciones $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ xiii
	Resu	$\operatorname{umen}$
1	Intr	oducción 1
1.	1 1	Descripción general
	1.1.	Objetivos
	1.2.	121 Objetivos general $2$
		1.2.1. Objetivo general $\dots$
	12	Lustificación
	1.5.	Antegedentes
	1.4.	Antecedentes
	1.5.	Alegnes y limitaciones
	1.0.	Alcance y minitaciones
<b>2</b> .	Mar	co teórico 6
	2.1.	Parques Biosaludables
		2.1.1. Máquina multifuncional
		2.1.2. Tipos de máquinas multifuncionales
	2.2.	Biomecánica
		2.2.1. Planos de referencia del cuerpo humano
		2.2.2. Antropometría
		2.2.3. Fisiología Muscular
		2.2.4. Tejido muscular
		2.2.5. Sobrecarga muscular
		2.2.6. Segmentos corporales y movimiento articular
		2.2.7. Palanca anatómica
		2.2.8. Acciones musculares
		2.2.9. Músculos implicados en el trabajo de pecho
		2.2.10. Músculos implicados en el trabajo de espalda
		2.2.11. Músculos implicados en el trabajo de piernas
	2.3.	Movimiento humano
		2.3.1. Actividad física
		2.3.2. Ejercicio físico
		2.3.3. Modalidad de ejercicio
	2.4.	Mecánica

		2.4.1. Diseño en la Ingeniería Mecánic	ea.												. 28
		2.4.2. Materiales													. 32
		2.4.3. Cinemática													. 34
		2.4.4. Cinética													. 34
		2.4.5. Grado de libertad													. 35
		2.4.6. Trabajo de una fuerza													. 35
		2.4.7. Mecánica Lagrangiana													. 36
	2.5.	Software													. 37
		2.5.1. Solidworks													. 38
		2.5.2. ANSYS													. 38
													-		
3.	Mod	delo cinemático													40
	3.1.	Ascensor													. 40
		3.1.1. Descripción del mecanismo													. 40
		3.1.2. Estudio cinemático													. 43
	3.2.	Elevador													. 52
		3.2.1. Descripción del mecanismo													. 52
		3.2.2. Estudio cinemático													. 57
	3.3.	Columpio													. 71
		3.3.1. Descripción del mecanismo													. 71
		3.3.2. Estudio cinemático													. 75
4.	Mod	delo antropométrico													80
	41	Medidas antropométricas													. 80
	1.1.														
	4.2.	Modelo de Hanavan													. 84
F	4.2.	Modelo de Hanavan		• •			•••						•		. 84
5.	4.2. Aná	Modelo de Hanavan					•••						•		. 84 88 88
5.	4.2. <b>Aná</b> 5.1.	Modelo de Hanavan	· ·	· ·	· ·	· · ·	•••	· ·	· ·	• •				· ·	. 84 88 . 88
5.	4.2. <b>Aná</b> 5.1.	Modelo de Hanavan	· · ·	· · ·	· · ·	· · ·	· · ·	· ·	· ·	· · ·		· · ·		· ·	. 84 88 . 88 . 88 . 88
5.	4.2. Aná 5.1.	Modelo de Hanavan	· · · · ·	· · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	  	· ·	· · ·		· · ·	. 84 88 . 88 . 88 . 89 . 04
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2.	Modelo de Hanavan	· · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · ·	. 84 88 . 88 . 88 . 89 . 94
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2.	Modelo de Hanavan	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· ·	· · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 84 88 . 88 . 88 . 89 . 94 . 94
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2.	Modelo de Hanavan	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · ·	· · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 84 88 . 88 . 88 . 89 . 94 . 94 . 99
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2. 5.3.	Modelo de Hanavan          ilisis cinético         Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         Elevador         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.3. Diagrama de cuerpo libre         S.2.4. Diagrama de cuerpo libre	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 84 88 . 88 . 88 . 89 . 94 . 94 . 99 . 107
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2. 5.3.	Modelo de Hanavan	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	. 84 88 . 88 . 88 . 89 . 94 . 94 . 99 . 107 . 107
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2. 5.3.	Modelo de Hanavan	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> </ul>
5.	4.2. Aná 5.1. 5.2. 5.3.	Modelo de Hanavan	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1</li> </ul>	Modelo de Hanavan <b>ilisis cinético</b> Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre	· · · · · · · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> </ul>	Modelo de Hanavan          ilisis cinético         Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones antropométricas	· · · · · · · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 114</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> </ul>	Modelo de Hanavan          ilisis cinético         Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones antropométricas	· · · · · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 114</li> <li>. 114</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> </ul>	Modelo de Hanavan          ilisis cinético         Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones antropométricas         6.1.2. Mecanismo	· · · · · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 114</li> <li>. 116</li> <li>. 110</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> <li>6.2.</li> </ul>	Modelo de Hanavan <b>ilisis cinético</b> Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones antropométricas         6.1.2. Mecanismo         6.2.1. Dimensiones antropométricas	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · ·	· ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 116</li> <li>. 119</li> <li>. 110</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> <li>6.2.</li> </ul>	Modelo de Hanavan          ilisis cinético         Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones         6.1.2. Mecanismo         6.2.1. Dimensiones antropométricas         6.2.1. Dimensiones antropométricas	· · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 114</li> <li>. 116</li> <li>. 119</li> <li>. 119</li> <li>. 121</li> </ul>
<b>6</b> .	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> <li>6.2.</li> </ul>	Modelo de Hanavan          ilisis cinético         Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones         eño estructural         Ascensor         6.1.1. Dimensiones antropométricas         6.1.2. Mecanismo         6.2.1. Dimensiones antropométricas         6.2.2. Mecanismo	· ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 99</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 116</li> <li>. 119</li> <li>. 121</li> <li>. 121</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> <li>6.2.</li> </ul>	Modelo de Hanavan <b>ilisis cinético</b> Ascensor         5.1.1. Dimensiones         5.1.2. Diagrama de cuerpo libre         5.2.1. Dimensiones         5.2.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.1. Dimensiones         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         5.3.2. Diagrama de cuerpo libre         6.1.1. Dimensiones         6.1.2. Mecanismo         6.2.1. Dimensiones antropométricas         6.2.2. Mecanismo         6.2.3. Selección del resorte	· · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>		· · · · · ·	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 114</li> <li>. 116</li> <li>. 119</li> <li>. 121</li> <li>. 125</li> <li>. 167</li> </ul>
5.	<ul> <li>4.2.</li> <li>Aná</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>Dise</li> <li>6.1.</li> <li>6.2.</li> <li>6.3.</li> </ul>	Modelo de Hanavan	· · · · · ·	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>		· · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	<ul> <li>. 84</li> <li>. 88</li> <li>. 88</li> <li>. 89</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 94</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 107</li> <li>. 108</li> <li>114</li> <li>. 114</li> <li>. 116</li> <li>. 119</li> <li>. 121</li> <li>. 125</li> <li>. 127</li> </ul>

		6.3.2. Mecanismo	. 129
		6.3.3. Selección del amortiguador	. 130
7.	Aná	lisis de esfuerzos mecánicos	137
	7.1.	Ascensor	. 137
	7.2.	Elevador	. 141
	7.3.	Columpio	. 145
8.	Eva	uación del diseño propuesto	151
	8.1.	Ascensor	. 151
		8.1.1. Análisis cinético	. 151
		8.1.2. Comparación de trabajo realizado	. 157
	8.2.	Elevador	. 158
		8.2.1. Análisis cinético	. 158
		8.2.2. Comparación de trabajo realizado	. 162
	8.3.	Columpio	. 164
		8.3.1. Análisis cinemático	. 164
		8.3.2. Análisis cinético	. 166
		8.3.3. Comparación de trabajo realizado	. 171
9.	Con	clusiones y Recomendaciones	172
	9.1.	Recomendaciones	. 172
Bi	bliog	rafía	179

# Índice de figuras

2.1.	Máquina tipo elevador y ascensor (LifeGim, 2017)	8
2.2.	Máquina para ejercitar las piernas tipo columpio(Cicadex, 2019a)	9
2.3.	Planos de referencia del cuerpo humano (Azevedo-Guaura, sf).	10
2.4.	Medidas antropométricas relevantes (de pie) donde: 1-Alcance vertical máximo	
	sin agarre, 2-Alcance vertical máximo con agarre, 3-Estatura, 4-Altura de ojos,	
	5-Altura de hombros, 6-Altura de codos, 7-Altura espina iliaca, 8-Altura rodi-	
	lla, 9-Alcance máximo con agarre, 10-Alcance máximo sin agarre, 11-Alcance	
	máximo lateral, 12-Alcance mínimo con agarre, 13-Alcance mínimo sin agarre,	
	14-Profundidad de abdomen, 15-Profundidad de pecho y 16-Peso (ant, sf)	11
2.5.	Antropómetro utilizado para la medición del ancho biacromial (Dietfarma, sf) .	12
2.6.	Grupos musculares principales Fuente: (Salinas, 2013)	13
2.7.	Diagrama de una fibra muscular y sus componentes (Iglesias, 2007)	15
2.8.	Articulaciones y segmentos del cuerpo humano (Jarmey, 2008)	16
2.9.	Movimientos articulares principales (Jarmey, 2008)	17
2.10.	Palanca anatómica que muestra el brazo de resistencia, el brazo de trabajo y	
	el pivote (articulación del codo). Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)	18
2.11.	Palanca anatómica de clase I en la cual el peso de la cabeza es la fuerza de	
	resistencia, el músculo esplenio provee la fuerza de trabajo y el pivote es la	
	articulación faceta occipital. Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)	19
2.12.	Palanca anatómica de clase II. La fuerza de resistencia se encuentra entre el	
	pivote y la fuerza de trabajo. Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)	19
2.13.	Palanca anatómica de clase III. Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)	20
2.14.	Musculatura del pecho (Jones, 2017)	22
2.15.	Ejecución del movimiento de a) press de banca plano (bench press) y b) aper-	
	turas con mancuernas en banco plano (Delavier, 2013)	22
2.16.	Musculatura de la espalda (Marchante, 2014a)	23
2.17.	Musculatura del cuádriceps y la cadera (Marchante, 2014b)	24
2.18.	Sentadilla búlgara (Marchante, 2014b)	25
2.19.	Prensa de piernas (Marchante, 2014b)	25
2.20.	Efecto de la práctica de ejercicio físico en la incidencia de diferentes enferme-	
	dades (Cordero et al., 2014)	27
2.21.	Fases del proceso de diseño que reconocen múltiples retroalimentaciones e ite-	
	raciones (Budynas and Nisbett, 2012)	29
2.22.	Probeta típica para ensayo de tensión (Budynas and Nisbett, 2012)	32
2.23.	Diagrama de esfuerzo-deformación unitaria que se obtiene de la prueba de ten-	
	sión estándar en un material dúctil (Budynas and Nisbett, 2012)	33

2.24.	Diagrama de una fuerza que causa el deplazamiento de una partícula (Hibbeler,	
	$2010) \ldots \ldots$	35
2.25.	Ejemplo de modelado en Solidworks (R.O.L Designs, 2019)	38
2.26.	Simulación de un soporte por medio de ANSYS (Elaboración propia)	39
3.1.	Máquina biosaludable tipo Ascensor (Jiménez, 2020)	40
3.2.	Diagrama del mecanismo tipo ascensor (Elaboración propia)	42
3.3.	Diagrama del mecanismo tipo ascensor (Elaboración propia)	43
3.4.	Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor (Elaboración propia)	44
3.5.	Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor incluyendo eslabones del	
	usuario (Elaboración propia)	46
3.6.	Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor con los vectores de veloci-	
	dad (Elaboración propia)	47
3.7.	Gráfico de velocidades angulares (Elaboración propia)	49
3.8.	Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor con los vectores de acele-	
	ración (Elaboración propia)	50
3.9.	Gráfico de aceleraciones angulares (Elaboración propia)	52
3.10.	Máquina biosaludable tipo Elevador (Jiménez, 2020)	52
3.11.	Diagrama del mecanismo tipo Elevador (Elaboración propia)	55
3.12.	Cálculo de ángulos $\phi_n$ a partir del uso de Solid Works (a) Ángulo $\phi_4$ , (b) Ángulo	
	$\phi_5$ (Jiménez, 2020)	56
3.13.	Diagrama de mecanismo de Elevador (Elaboración propia)	57
3.14.	Diagrama simplificado de eslabones del mecanismo incluyendo el segundo sis-	
	tema de cuatro barras dado por la persona (Elaboración propia)	59
3.15.	Detalle de la colocación de ángulos alrededor del punto A (Elaboración propia)	60
3.16.	Detalle del triángulo AHM del mecanismo del Elevador (Elaboración propia) .	60
3.17.	Gráfica de los ángulos que dirigen el movimiento de los eslabones del mecanismo	
	del Elevador respecto al tiempo (Elaboración propia)	62
3.18.	Diagrama de velocidades del mecanismo ABCD (Elaboración propia)	63
3.19.	Diagrama de velocidades de los centros de masa G2, G3 y G4 (Elaboración	
	propia)	64
3.20.	Diagrama de velocidades del mecanismo AMKH (Elaboración propia)	65
3.21.	Gráficas de velocidades angulares del mecanismo del Elevador (Elaboración	
	propia)	66
3.22.	Diagrama de velocidades de los centros de masa de los eslabones del mecanismo	
	de Elevador (Elaboración propia)	67
3.23.	Diagrama de velocidades de los centros de masa de los eslabones del mecanismo	
	de Elevador (Elaboración propia)	68
3.24.	Aceleraciones del sistema AMKH (Elaboración propia)	69
3.25.	Gráficas de aceleración angular del mecanismo del Elevador (Elaboración propia)	70
3.26.	Máquina biosaludable tipo Columpio(Jiménez, 2020)	71
3.27.	Centro de masa G del columpio (Elaboración propia)	73
3.28.	Diagrama simplificado del mecanismo del columpio (Elaboración propia)	74
3.29.	Diagrama simplificado del mecanismo del columpio junto con la pierna del	
	usuario (Elaboración propia)	74
3.30.	Diagrama simplificado del mecanismo del columpio con vectores de velocidad	
	(Elaboración propia)	76

3.31. 3.32.	. Gráfico de velocidades angulares (Elaboración propia)	77 78
3.33.	. Gráfico de aceleraciones angulares (Elaboración propia).	78 79
4.1.	Medidas de la población colombiana, posición de pie (Avila-Chaurand et al. (2007))	81
4.2.	Medidas de la población colombiana, posición sentado (Avila-Chaurand et al. (2007))	81
4.3.	Medidas de la población colombiana, para cabeza, manos y pies (Avila-Chaurand et al. (2007))	81
4.4.	Medidas de la población colombiana, para perímetros de algunos segmentos corporales (Avila Chaurand et al. (2007))	89
4.5	Modelo matemático de Hanavan (Hanavan 1964)	85
4.6.	Inercia de un cilindro circular (Beer et al., 2010a)	86
4.7.	Inercia de una esfera (Beer et al., 2010a)	86
5.1.	Diagrama de cuerpo libre para el eslabón DCH (Elaboración propia)	89
5.2.	Diagrama de cuerpo libre para el eslabón BC (Elaboración propia)	90
5.3.	Diagrama de cuerpo libre para el eslabon BAM (Elaboración propia)	90
5.4. 5.5	Diagrama de cuerpo libre para el eslabon HM (Elaboración propia)	91
5.5. 5.6	Comportamiento gréfico de los fuerzos KMH dende K corresponde al codo M	91
5.0.	a la mana y H al hombro del quieto (Flaboración propia)	02
57	Comportamiento gráfico de las fuerzas ABCD (Elaboración propia)	92 02
5.8	Comportamiento gráfico del trabajo en el punto M (Elaboración propia)	92 93
5.9.	Ángulos dentro del sistema HKM y sus centros de masa respectivos (Elabora-	50
	ción propia)	95
5.10.	Ángulos dentro del sistema ABM con una vista más profunda del punto B	
	(Elaboración propia)	96
5.11.	. Angulos dentro del sistema ABM (Elaboración propia)cambiar el gamma 4 por	
<b>F</b> 10	gamma 12	97
5.12.	Angulos dentro del sistema BCH (Elaboración propia)	98
5.13.	Angulo del estabon DC (Elaboración propia)	99 100
5.14. 5.15	Diagrama de cuerpo libre del estadon MK (Elaboración propia)	100
5.16	Diagrama de cuerpo libre del estaboli IIX (Elaboración propia)	100
5.10. 5.17	Diagrama de cuerpo libre del estabón CBH (Elaboración propia)	101
5.18	Gráficas de fuerza en los ejes X y Y de los puntos A (figura a) y B (figura b)	102
0.10.	(Eleboración propia)	103
5.19.	Gráficas de fuerza en los ejes X v Y de los puntos C (figura a) v D (figura b)	100
	(Eleboración propia)	103
5.20.	. Gráficas de fuerza en los ejes X y Y de los puntos H (figura a) y K (figura b)	
	(Eleboración propia)	104
5.21.	. Gráficas de fuerza en los ejes X y Y del punto M (figura a) y el torque Mh	
	(figura b) (Eleboración propia)	104
5.22.	. Gráfico de trabajo del punto M vs tiempo. (Elaboración propia)	106

Diagrama de cuerpo libre para la silla (Elaboración propia)
Diagrama de cuerpo libre para el eslabón LN (Elaboración propia) 109
Diagrama de cuerpo libre para el eslabón NP (Elaboración propia) 110
Comportamiento gráfico de la fuerza D (Elaboración propia)
Comportamiento gráfico de las fuerzas L y N (Elaboración propia)
Comportamiento gráfico de las fuerza P (Elaboración propia)
Comportamiento gráfico del trabajo en el punto L (Elaboración propia) 113
(a) Altura vertical maximo sentado [3-10] (b) Altura de la iosa popilitea [18]
(c) Largura naiga-iosa popiitea [41] (Elaboración propia) $\ldots \ldots \ldots$
Diseno propuesto de mejora del mecanismo de ascensor (Elaboración propia) . 110
Diseno propuesto para el ventilador (Elaboración propia)
Diseno propuesto para la rotacion del ventilador (Elaboracion propia) 118
(a) Cobertor del ventilador en posicion abierta. (b) Cobertor del ventilador en
posicion cerrada (Elaboracion propia)
(a) Alcance anterior del brazo maximo representado por la distancia al centro
(linea negra). (b) Anchura de agarre representada por dz (linea azul) (Elabo-
racion propia) $\ldots$ 120
Isométrico del sistema compuesto por las piezas D1, D2 y resortes (los resortes
no están representados) (Elaboración propia)
Isométrico del nuevo modelo propuesto de la pieza AB del mecanismo del Ele-
vador (Elaboración propia)
Isométrico de la columna principal del Elevador, fijada a tierra en su base
$(Elaboración propia) \dots 123$
Isometrico de pieza guia para los mangos del sistema D1 y D2 (Elaboración propia)
Isométrico del Elevador y detalle del mecanismo incorporado (Elaboración propia) 124
(a) Posición del mecanismo al inicio del movimiento. (b) Posición del mecanismo
a) final del rango de movimiento (Elaboración propia)
Ángulos deseados al inicio del movimiento con el Columpio (Mohammadi and
Sadeghi 2012)
(a) Vista frontal del Columpio (b) Vista lateral del Columpio (Elaboración
propia)
Amortiguador hidráulico integrado a la máquina de ejercicio al aire libre del
Columpio (Elaboración Propia)
(a) Amortiguador de gas (b) Amortiguador hidráulico (c) Amortiguador rota-
tivo (ACE Stoßdämpfer GmbH. 2017)
Amortiguador hidráulico con dos válvulas de control de fluio (ACE Stoßdämp-
fer GmbH. 2021)
(a) Posición del amortiguador en el tiempo $t = 0$ s (b) Posición del amortiguador
en el tiempo $t = 1$ (Elaboración propia)
Dirección de la fuerza P <sub>1</sub> que ejerce el amortiguador sobre el Columpio durante
el movimiento de extensión de rodilla
Dirección de la fuerza $P_1$ que ejerce el amortiguador sobre el Columpio durante
el movimiento de flexión de rodilla
(a) Gráfica de control de la velocidad de compresión (b) Gráfica de control de
la velocidad de tensión (ACE Stoßdämpfer GmbH, 2017)

6.22.	(a) Gráfica de control de la velocidad de compresión (b) Gráfica de control de la velocidad de tensión (Fuente: Elaboración propia)	. 136
7.1.	Modelo del Ascensor simplificado utilizado para realizar simulaciones en el pro- grama ANSYS (Elaboración propia)	. 138
7.2.	Modelo del Ascensor con el mallado realizado (Elaboración propia)	. 138
7.3.	Posición de las fuerzas en la simulación del Ascensor (Elaboración propia)	. 139
7.4.	Resultado deformación generada por los esfuerzos en el Ascensor (Elaboración	
	propia)	. 140
7.5.	Resultado esfuerzo cortante máximo generado sobre el Ascensor (Elaboración propia)	. 140
7.6.	Modelo del Elevador simplificado utilizado para realizar simulaciones en el pro- grama ANSYS (Elaboración propia)	. 142
7.7.	(a) Soporte fijo en el punto D encerrado en un círculo y (b) Soportes sin fricción	
	del punto A encerrado en un círculo (Elaboración propia)	. 142
7.8.	Modelo con el mallado realizado (Elaboración propia)	. 143
7.9.	(a) Posición de la fuerza del peso corporal (flecha azul) y la fuerza que ejercen	
	las manos del individuo (flecha roja) y (b) Posición de las fuerzas de los resortes	
	en los sistemas de resortes (Elaboración propia)	. 143
7.10.	Modelo con colores simbolizando la deformación generada por los esfuerzos en	
	el sistema (Elaboración propia)	. 144
7.11.	Modelo con colores simbolizando la afectación de los estuerzos en el sistema	145
7 1 9	(Elaboración propia)	. 145
(.12.	modelo del Columpio simplificado utilizado para realizar simulaciones en el	146
7 1 3	Modelo del Columpio con el mellado realizado (Elaboración propia)	140
7.13. 7 1/	(a) Detalle del mallado de la estructura central y el columpio (Elaboración	. 141
1.17.	propia) (b) Detalle del mallado de la estructura en U que une el soporte central	
	v el columpio (Elaboración propia) (c) Detalle del mallado del columpio v el	
	punto de apovo de los pies en la estructura central (Elaboración propia)	. 147
7.15.	Posición de las fuerzas y de apoyos fijos en la simulación de Ansys para el	
	Columpio (Elaboración propia)	. 148
7.16.	Resultado de la simulación de la deformación total de la estructura del Colum-	
	pio (Elaboración propia) (Elaboración propia)	. 149
7.17.	(a) Resultado de la simulación del esfuerzo cortante generado sobre la estruc-	
	tura del Columpio (Elaboración propia) (b) Ubicación del esfuerzo cortante	
	máximo sobre la estructura del Columpio (Elaboración propia)	. 149
81	Diagrama de cuerpo libre del eslabón BAM con la fuerza E del punto M (Ela-	
0.1.	boración propia)	. 151
8.2.	Diagrama de cuerpo libre del ventilador (Elaboración propia)	. 152
8.3.	Imagen de ligadura del mecanismo Ascensor (Elaboración propia)	. 154
8.4.	Gráfico de la fuerza ejercida por el ventilador (Elaboración propia)	. 155
8.5.	Gráfico de fuerzas en los puntos A, B, C y D (Elaboración propia)	. 156
8.6.	Gráfico de fuerzas en los puntos K, M, H (Elaboración propia)	. 156
8.7.	Gráfico de la variación de la fuerza M (Elaboración propia)	. 157
8.8.	Gráfico de la del trabajo de la fuerza M (Elaboración propia) $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	. 157

8.9.	Diagrama de cuerpo libre del eslabón AB con la fuerza del punto Z (Elaboración	
	propia)	. 158
8.10.	Diagrama para la localización de la distancia entre Z y el centro de masa G2	
	en X y en Y (Elaboración propia)	. 159
8.11.	Diagrama de cuerpo libre del sistema de resortes para el modelo del Elevador	
	modificado. (Elaboración propia)	. 160
8.12.	Gráfica de la fuerza generada por cada sistema de resortes en el punto Z en sus	
	componentes X y Y (Elaboración propia)	. 161
8.13.	Gráficas de fuerza vs desplazamiento del punto M en el mecanismo del Elevador	
	modificado, en sus tres configuraciones (Elaboración propia)	. 161
8.14.	Gráficas de fuerza vs desplazamiento del punto M en el mecanismo del Ele-	
	vador para el modelo sin modificar y para el modelo modificado en sus tres	
	configuraciones posibles (Elaboración propia)	. 163
8.15.	. (a) Posición del amortiguador en el tiempo $t = 0 s$ (b) Posición del amortiguador	
	en el tiempo $t = 1$ (Fuente: Elaboración propia)	. 164
8.16.	Diagrama simplificado del mecanismo del columpio junto con la pierna del	
	usuario (Elaboración propia)	. 165
8.17.	Diagrama de cuerpo libre para la silla (Elaboración propia)	. 166
8.18.	Magnitud de la fuerza de reacción del amortiguador según la apertura de las	
	válvulas del control de flujo respecto al tiempo (Elaboración propia)	. 168
8.19.	Magnitud de la fuerza de reacción del amortiguador según la apertura de las	
	válvulas del control de flujo respecto al tiempo (Elaboración propia)	. 169
8.20.	(a) Componente en x de la fuerza de reacción D respecto al tiempo (b) Compo-	
	nente en y de la fuerza de reacción D respecto al tiempo (Fuente: Elaboración	
	propia)	. 169
8.21.	(a) Componente en x de la fuerza de reacción N respecto al tiempo (b) Compo-	
	nente en y de la fuerza de reacción N respecto al tiempo (Fuente: Elaboración	
	propia)	. 170
8.22.	(a) Componente en x de la fuerza de reacción L respecto al tiempo (b) Compo-	
	nente en y de la fuerza de reacción L respecto al tiempo (Fuente: Elaboración	
	propia)	. 170
8.23.	(a) Componente en x de la fuerza de reacción P respecto al tiempo (b) Compo-	
	nente en y de la fuerza de reacción P respecto al tiempo (Fuente: Elaboración	
	propia)	. 170
8.24.	(a) Comportamiento gráfico del trabajo en x de la fuerza Lx respecto al des-	
	plazamiento diferencial dx (b) Comportamiento gráfico del trabajo en y de la	
	fuerza Ly respecto al desplazamiento diferencial dy (Fuente: Elaboración propia	1)171

### Resumen

En el presente trabajo se analizaron tres máquinas de ejercicio al aire libre existentes, con el fin de evaluar su construcción y funcionamiento desde un punto de vista biomecánico. Para ello se generaron modelos mecánicos y antropométricos que permitieron analizar la cinética y cinemática de las máquinas. Basado en las dimensiones corporales, se generó un diseño nuevo para cada máquina. A partir de este diseño se llevó a cabo el análisis cinético para posteriormente realizar una comparación de la mejora propuesta, cuyo objetivo es permitir una modificación de la resistencia que ofrece la máquina biosaludable. Además, se realizó una análisis estructural de cada diseño propuesto para determinar el esfuerzo cortante máximo y la deformación total máxima.

# Capítulo 1

# Introducción

A continuación se hace una descripción del presente proyecto final de graduación. Se plantearán los objetivos que conducen esta investigación, cuyo fin es el diseño de tres máquinas biosaludables a partir de un análisis biomecánico de tres máquinas existentes. Además, en la justificación se detalla la importancia de este proyecto a nivel social. Seguidamente, en los antecedentes, se discuten los factores que llevaron a la elección de este tema; el cual cada vez toma más importancia en las comunidades. Por último, se describen los alcances y limitaciones que se deben tomar en cuenta en el desarrollo del proyecto.

### 1.1. Descripción general

Se busca desarrollar un análisis de tres máquinas ya existentes en las instalaciones de la Universidad de Costa Rica, con el fin de conocer y evaluar su construcción a partir de modelos mecánicos y antropométricos.

Además, se propone el diseño de tres máquinas biosaludables diferentes que permitan generar mayor trabajo con base en la antropometría de la población meta. Cada máquina se enfocará en grupos musculares distintos, como parte de un sistema de acondicionamiento general para todo el cuerpo que se fomenta en las instalaciones de gimnasios al aire libre.

Partiendo de los modelos mecánicos se va a estudiar la cinética y la cinemática de las máquinas disponibles en el mercado. De esta forma se espera conocer el comportamiento de estas cuando son utilizadas. Las variables de interés a analizar en esta sección del trabajo se definirán conforme se construya el modelo mecánico. Por otro lado, se busca definir la estatura aproximada de la persona y el rango de longitudes de segmentos corporales adecuados que permita un movimiento ideal de las diferentes articulaciones involucradas en cada ejercicio. Este último punto se determinará a partir de un modelo antropométrico. Con los resultados que se obtengan en las dos secciones anteriores se realizarán los tres diseños nuevos mencionados anteriormente. Se presentará únicamente el diseño de cada máquina, por lo cual el proyecto no considera la construcción de éstas. Para cada diseño se hará un análisis de esfuerzos mecánicos con lo que se quiere determinar la seguridad de su uso. Por último, se comparan los resultados del análisis cinético y cinemático de las máquinas existentes en el mercado con los diseños de las máquinas propuestas para determinar sus similitudes y diferencias.

Este trabajo está enmarcado en un proyecto de investigación llamado Análisis biomecánico de los gimnasios al aire libre: valoración, modificación y generación de nuevos diseños dirigido por el Ing. Pietro Scaglioni Solano, Ph.D. El proyecto está inscrito en la Vicerrectoría de Investigación y pertenece al Centro de Investigación en Ciencias del Movimiento Humano y a la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Costa Rica.

### 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo general

Diseñar tres máquinas biosaludables basándose en un análisis biomecánico de máquinas existentes para que adultos sedentarios desarrollen mayor trabajo muscular.

#### 1.2.2. Objetivos específicos

- 1. Estudiar la cinemática de tres máquinas biosaludables existentes por medio de modelos mecánicos con base en la geometría de la máquina.
- 2. Analizar la cinética de tres máquinas biosaludables existentes con base en un modelo antropométrico de la persona.
- Realizar un nuevo diseño para cada una de las tres máquinas biosaludables que tome en cuenta las dimensiones antropométricas y que permita a los usuarios ajustar la resistencia del ejercicio.
- 4. Determinar mediante métodos de simulación la deformación total máxima y el esfuerzo cortante máximo para cada máquina biosaludable.
- 5. Comparar el trabajo efectuado en los diseños biomecánicos propuestos contra los analizados en el objetivo 2.

### 1.3. Justificación

El ejercicio físico se ha convertido en una necesidad de la mayoría de personas en nuestra sociedad, ya sea por ocio, trabajo o por salud. Así, en las comunidades es cada vez más común la presencia de "gimnasios al aire libre", donde se encuentran máquinas de ejercicio en áreas de acceso libre que ayudan a los usuarios a ejercitarse de distintas maneras. Según la máquina que se use se puede trabajar resistencia, movilidad y flexibilidad. Además, la implementación de estas máquinas en zonas públicas crean accesibilidad para la comunidad en general, con el fin de fomentar un estilo de vida saludable (Haskell et al., 2007).

Los motivos que conducen a este proyecto, a generar diseños de máquinas de ejercicio al aire libre con base en modelos antropométricos y mecánicos, se basan en que se ha observado que algunas máquinas no tienen las dimensiones ni los ángulos de movimiento adecuados para sus usuarios. Por esta razón son incómodas de utilizar y pueden generar movimientos articulares inadecuados que puedan provocar lesiones a mediano y largo plazo. El objetivo de cada máquina es claro; sin embargo, no se encuentra a disposición en la literatura pertinente la información detallada referente a cómo es que cada máquina genera una resistencia que hace trabajar un grupo muscular específico. Además, no se sabe con certeza con cuánta intensidad lo hace a lo largo del rango de movimiento.

Se pretende proveer un diseño para tres máquinas de ejercicio al aire libre que puedan atender la necesidad de ejercicio de la comunidad adulta y que esta sea capaz de generar mayor trabajo. A partir de la generación de los modelos mencionados, se podrán unir la antropometría de los usuarios con la mecánica de las máquinas de hacer ejercicio.

Los parques biosaludables son importantes porque inciden en la calidad de vida de las personas. Además, los usuarios pueden beneficiarse de la libertad en los horarios de uso, ya que pueden ser usados a cualquier hora y día por ser de uso público. Otro beneficio de estos parques es que representan un ahorro económico significativo en comparación a un gimnasio privado.

Cabe mencionar que únicamente se estudiarán modelos de máquinas para el tipo de ejercicio denominado *contra-resistencia*, esto porque según Santomassimo et al. (2009) permiten el fortalecimiento muscular, primordial para mejorar el estado de físico de las personas y su estilo de vida. Otro tipo de ejercicio que pueden realizar los usuarios es de tipo funcional, el cual es bastante completo ya que permite entrenamiento aeróbico y muscular. Sin embargo, una ventaja que poseen las máquinas contra-resistencia sobre el ejercicio funcional es que se realizan con más facilidad y la curva de aprendizaje es mucho más corta. Por lo que el uso de las máquinas de hacer ejercicio contra-resistencia puede resultar más atractivo para introducir a adultos sedentarios dentro del ámbito de la actividad física.

Por lo tanto, el diseño y análisis de estas máquinas implica un estudio de factores antropométricos, además de cinéticos y cinemáticos, que se deben tomar en cuenta en el diseño de las máquinas biosaludables. Los datos de los fabricantes no se encuentran disponibles para el público general, por lo que resulta relevante generar información para los usuarios. Se debe integrar áreas como el diseño mecánico, la educación física, la terapia física, la promoción de la salud, la salud pública y la recreación para la realización del proyecto.

### 1.4. Antecedentes

Desde hace algunos años se ha popularizado la instalación de máquinas de ejercicio en distintas partes de las ciudades alrededor del mundo, y Costa Rica no es la excepción. Esto con el fin de proveer mayores oportunidades para desarrollar actividad física en las comunidades y crear mayor conciencia acerca de la importancia de la actividad física (Henderson et al., 2001).

Las máquinas contra resistencia en los gimnasios tienen la ventaja de que permiten ajustar sus partes móviles para la longitud del segmento corporal de la persona, esto no es algo posible en las máquinas biosaludables, por lo que no se tiene conocimiento de a qué segmentos corporales está dirigido el diseño de la máquina.

Además, las máquinas de los gimnasios tienen resistencia ajustable que, a comparación de las máquinas al aire libre, éstas dependen únicamente del peso de la persona pero esto no tiene relación con la capacidad para generar fuerza del sujeto, ya que pueden existir individuos con un peso muy alto pero con poca fuerza desarrollada. También se debe tomar en cuenta que varios de los mecanismos no son cómodos de usar.

La información detrás del diseño de las máquinas existentes no es de conocimiento público, son exclusivas de cada empresa. Además, no se cuenta con una especificación de peso ni estatura en el espacio donde se encuentran las máquinas de ejercicio, por lo cual no se sabe si son capaces verdaderamente de ayudar al usuario en el trabajo muscular.

### 1.5. Metodología general

- Se realizó una visita de campo a las máquinas biosaludables del las Instalaciones Deportivas en Sabanilla de la Universidad de Costa Rica.
- Se definieron el Ascensor, el Elevador y el Columpio como las máquinas de ejercicio a analizar en el proyecto.
- Se hizo una revisión bibliográfica del tema parques biosaludables, con el fin de definir el público meta.
- Se desarrolló el marco teórico a partir de una revisión bibliográfica de los principales temas que componen el proyecto de tesis.
- Se redactaron los alcances, limitaciones, antecedentes y justificación del trabajo de graduación.
- Se realizó una visita a la empresa LifeGim.
- Se realizó un modelo cinemático, el cual incluye la descripción del mecanismo, la definición de la entrada de movimiento y el cálculo del centro de masa.
- Posteriormente se realizó un análisis de posiciones, velocidades y aceleraciones de cada uno de los eslabones del mecanismo.
- Se obtuvieron medidas antropométricas para utilizarlas en el modelo antropométrico.
- Se realizó una investigación sobre el modelo de Hanavan, el cual permite obtener datos sobre la antropometría de la persona.
- Una vez construido el modelo de Hanavan, se pueden encontrar las posiciones, velocidades y aceleraciones de los segmentos corporales.
- Con las aceleraciones de los segmentos corporales, se construye un análisis cinético. Éste incluye los diagramas de cuerpo libre y las sumatorias de fuerza y momento.
- Se generó un diseño para cada máquina a partir de los diseños actuales que permitiera al usuario variar la resistencia del movimiento. Estos diseños fueron construidos utilizando el software SolidWorks.
- Una vez con los diseños construidos, se realizó un análisis estructural de cada uno con el fin de conocer la deformación total máxima y el esfuerzo cortante máximo. El análisis fue realizado utilizando el software ANSYS.
- Se realizó un análisis cinético y cinemático de los diseños propuestos.
- Con el análisis cinético se realizó una comparación del trabajo del diseño nuevo en relación al diseño original.
- A lo largo de todo el año, se efectuaron dieciséis reuniones con los profesores asesores para discutir acerca de los avances del proyecto de tesis.

### **1.6.** Alcance y limitaciones

En este trabajo final de graduación se pretende generar tres diseños alternativos de las máquinas biosaludables ya existentes, con el fin de hacerlas aptas a la antropometría de la población meta del proyecto. La investigación está enfocada en entrenamiento contra resistencia, ya que este tipo de entrenamiento permite el fortalecimiento muscular para mejorar el estado físico y con esto el estilo de vida de la comunidad meta. Por lo que se eligen máquinas que trabajan los siguientes grupos musculares: torso, espalda y piernas. Debido a esto, se omite el estudio de máquinas de trabajo aeróbico, movilidad articular y flexibilidad.

A partir de las máquinas elegidas, se desea realizar un análisis cinético y cinemático de las máquinas mencionadas para obtener datos como la fuerza, el desplazamiento y trabajo de cada una.

De igual forma, se busca crear un modelo antropométrico que permita definir los rangos de dimensiones corporales para los cuales las tres máquinas se diseñarán. El público meta de la siguiente investigación son adultas femeninas, entre 20 y 59 años y que no necesiten adaptaciones especiales. Por lo tanto, se descartan niños y adolescentes en proceso de crecimiento, así como personas con discapacidades físicas y adultos mayores que necesiten asistencia particular a la hora de ejercitarse.

Además, se tiene como objetivo relacionar la cinemática y cinética de las máquinas con el modelo antropométrico que describe el comportamiento de los usuarios, con el fin de desarrollar un diseño donde las máquinas generen mayor trabajo mecánico.

Una vez completado el diseño, se llevará a cabo un análisis estructural de los componentes de las máquinas diseñadas por medio de métodos computacionales, utilizando el programa ANSYS. En este análisis se tomarán en cuenta los esfuerzos internos a los cuales estarán sometidos los principales componentes de las máquinas en función de las fuerzas externas aplicadas.

Cabe mencionar que para este proyecto se pretende realizar el análisis cinético y cinemático basándose en los modelos de máquinas instaladas en los gimnasios biosaludables de la Universidad de Costa Rica. Se hace uso de los modelos producidos en un software CAD por el estudiante Bryan Steven Jiménez Carrano, estudiante de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Costa Rica.

Por último, es importante mencionar que por razones de tiempo el proyecto se limita al diseño de las tres máquinas y no a su construcción.

# Capítulo 2

# Marco teórico

### 2.1. Parques Biosaludables

Un parque biosaludable se define como un espacio verde ubicado en lugares como parques y plazas urbanas, compuestos por equipos de gimnasia que permiten mantener y mejorar la condición física. Compuestos por máquinas llamadas "máquinas biosaludables", están diseñados para adultos a partir de los 40 años pero especialmente diseñados para personas mayores de 60 años gracias a los diversos beneficios que pueden aportar a los mismos como mejora de la flexibilidad y movilidad articular, así como mejora del porcentaje muscular. (Mencía, 2019)

En Costa Rica, es cada vez mayor la cantidad de parques biosaludables instalados ya que se encuentran en universidades, en distintas partes del gran área metropolitana y parques residenciales alrededor del país. Estos parques están compuestos por varios tipos de máquinas que permiten ayudar a la población en dos vertientes como lo es, la toma de conciencia de realizar ejercicio para tener una vida más saludable así como alternativa de ocio.

La historia de estos parques se remonta a China donde existe una gran respeto a las personas mayores además de que el ejercicio se considera de suma importancia para mantener la salud y el bienestar, donde se utilizan medios como la medicina tradicional y las artes marciales como el Thai Chi. (Arceo, 2017) En Costa Rica, la incorporación de los parques biosaludables viene dada desde el año 2013 como iniciativa del ICODER (Instituto Costarrisence de Deporte y Recreación) junto con la empresa privada Grupo Cicadex, actualmente se cuenta con un aproximado de 300 parques instalados en todo el país.(ICODER, 2015)(Cicadex, 2019b) Además, en 2016 se hace la incorporación de los parques biosaludables en el campus de la Universidad de Costa Rica.(Carmona, 2016)

Como se mencionó anteriormente, en Costa Rica la incorporación de los parques biosaludables viene como iniciativa del ICODER en un plan denominado como "Recreación en los Parques" con el objetivo de instalar módulos de catorce máquinas para hacer actividad y ejercicio físico al aire libre y así promover la práctica gratuita y accesible de la actividad física y ejercicio físico en la población. (ICODER, 2015). También muchos gobiernos locales, como municipalidades, han invertido dinero en la creación de parques de actividad física debido al aumento de patologías asociadas al sedentarismo y hábitos de vida poco saludable (Giráldez et al., 2013).

Para estos parques, se instalan numerosas máquinas que son útiles para el trabajo de la fuerza muscular, trabajo aeróbico, coordinación, movilidad articular y flexibilidad. Giráldez et al. (2013) realizaron un estudio descriptivo de los servicios que brindan este tipo de parques

en la ciudad de Galicia. Las variables que formaron parte del estudio son la disponibilidad de una fuente de agua potable, disponibilidad de un aseo público, presencia de un profesional del deporte, estado de las máquinas e información para el usuario sobre el uso de las máquinas. Como resultados principales del análisis se pueden mencionar los siguientes: se obtuvo que en un 63 % de los parques no hay una fuente de agua cercana para hidratación, un 73,3 % cuenta con indicadores de cómo utilizar las máquinas, un 10,3 % posee un baño público, un 69 % de las máquinas se encuentran en estado óptimo y ningún parque cuenta con un instructor disponible para explicar el uso del equipo.

Por otro lado, según un estudio de Chow (2013) acerca del uso de máquinas de ejercicio al aire libre refleja que desde la perspectiva del adulto mayor, los parques al aire representan una oportunidad para realizar ejercicio en grupo, para entretenerse, mejorar la salud física y socializar. Este estudio se enfoca en parques en Asia, Europa y América del Norte. Los adultos del estudio indican que han observado una mejora en su movilidad, función cardiovascular y humor. De igual forma han experimentado una disminución en dolor muscular. De esta manera, el estudio realizado por Chow (2013) confirma la teoría de que los equipos de ejercicio al aire libre comprenden todos los aspectos del cuerpo humano; tanto aspectos mentales como físicos. A pesar de los aspectos positivos, el estudio resalta que la principal preocupación de las personas que usan el equipo es su mantenimiento, sobretodo por los factores climáticos como humedad y lluvia que corroen el metal. De igual forma, Chow (2013) resalta que no hay suficientes rótulos indicando maneras adecuadas de uso de máquinas y restricciones de edad. Aunque al momento del estudio no se habían reportado accidentes asociados al uso de las máquinas, sí se conoce acerca de reportes de lesiones en niños que usan las máquinas sin supervisión adulta.

En 2017, se realizó un estudio acerca de la frecuencia de uso y la percepción de equipo para ejercitarse en parques públicos en zonas urbanas pequeñas. Según el estudio realizado por Copeland et al. (2017), solo 2,7 % de usuarios de un parque usan el equipo más de 100 horas. Los adultos entrevistados tienen la percepción que el equipo tiene gran potencial para fomentar la actividad física; sin embargo, consideran que es necesario realizar mayor publicidad al respecto para incrementar su uso. De igual forma, reportaron que es importante mejorar la calidad del equipo y su mantenimiento. El estudio concluye que en ciudades de baja densidad poblacional, los parques para hacer ejercicio al aire libre no son tan efectivos para fomentar prácticas saludables sin esfuerzos adicionales para promocionar y mantener dichos espacios y sus equipos.

### 2.1.1. Máquina multifuncional

En una tesis de 2017, Salgado hace referencia a las máquinas multifuncionales de ejercicio. Él define máquina como "un objeto compuesto por un conjunto de piezas ensambladas y ajustadas entre sí para facilitar o realizar un trabajo determinado". Gimnasio es definido como "un lugar destinado únicamente a la facilitación de aparatos para la realización de ejercicios gimnásticos". Su fin es potenciar en el hombre la generación de fuerza, elasticidad, resistencia, bajada de peso, etc. Por último, gimnasia se define como "el arte de desarrollar, fortalecer y dar flexibilidad al cuerpo humano por medio de ejercicios físicos".

Según el autor Romo-Pérez et al. (2011) las máquinas biosaludables se pueden sub dividir en diferentes apartados como: ejercicios de resistencia en los cuales se realiza cualquier tipo de actividad con poca sobre carga, por ejemplo, caminar o bicicleta estática, ejercicios de fuerza que son ejercicios que implican a los grandes grupos musculares y realizar entre 8 y 12 repeticiones, flexibilidad que implica actividades en que se mantenga o incremente la flexibilidad con estiramientos sostenidos y estáticos, y equilibrio que son ejercicios para personas que han sufrido caídas o tengan problemas de movilidad.

### 2.1.2. Tipos de máquinas multifuncionales

Salgado (2017) también hace una breve explicación de los tipos de máquinas multifuncionales haciendo énfasis en las máquinas más comunes para trabajo muscular y aeróbico en ambiente exterior. Él menciona que la base de todas las máquinas es que no requieren pesos adicionales a su propio peso y depende del movimiento de la máquina cuánto porcentaje de nuestro peso es movido.

#### Máquina para ejercitar pecho y espalda: el elevador y el ascensor

En la siguiente imagen, se puede observar la máquina para ejercitar torso y espalda marca LifeGim. Esta máquina contiene dos tipos de equipo incorporados en una sola estructura (ver figura 2.1). El asiento izquierdo corresponde a la máquina ascensor y el asiento derecho a la máquina elevador. El ascensor ayuda a trabajar los músculos de la espalda y el elevador es el encargado de trabajar los músculos del pecho.



Figura 2.1: Máquina tipo elevador y ascensor (LifeGim, 2017)

Este equipo está diseñado para que la parte media del cuerpo se mueva, más específicamente, la parte superior. Genera grandes beneficios en el fortalecimiento de pecho, brazos y espalda. En ambos ejercicios la persona se mantiene sentada y solamente mueve la parte superior del cuerpo. En el asiento izquierdo de la máquina se realiza el ejercicio aplicando una fuerza hacia abajo en la sección horizontal de la barra flexionando y extendiendo los brazos. Este ejercicio se llama jalón sentado y fortalece la musculatura de la espalda y brazos. La barra de sujeción permite realizar diferentes agarres para elevar o disminuir la dificultad del ejercicio.

En el asiento derecho de la máquina, la persona coloca sus manos en los extremos de las barras y flexiona y extiende los brazos hacia adelante. Este ejercicio se denomina press de pecho. El mismo fortalece la musculatura pectoral y tríceps. Al ofrecer dos tipos de agarre se puede modificar el enfoque muscular del movimiento. En este caso, el análisis de ambos ejercicios se estará trabajando por separado.

#### Máquina para ejercitar piernas: el columpio

En la figura 2.2, se presenta la máquina para ejercitar piernas.



Figura 2.2: Máquina para ejercitar las piernas tipo columpio(Cicadex, 2019a)

A diferencia de la máquina anterior, esta máquina se utiliza sólo para ejercitar piernas. Se le llama columpio y popularmente se conoce como press de pierna. Esta máquina ayuda a fortalecer y tonificar el tren inferior, es decir, la musculatura de pierna y de cintura, glúteos y músculos abdominales inferiores. Además, permite variar la musculatura trabajada según la posición del pie. Este ejercicio se practica sentado en el asiento flexionando y estirando las piernas, creando tensión principalmente en el cuádriceps.

### 2.2. Biomecánica

El análisis del movimiento humano desde un punto de vista biomecánico se basa en la concepción del cuerpo como un sistema formado por segmentos diferentes que se ven afectados por fuerzas externas e internas (Soto and Calvo, 1996). Este sistema del cuerpo se puede generar desde dos enfoques diferentes: el primero se basa en que los segmentos son rígidos y articulados, el segundo toma en cuenta que los segmentos se deforman ante las cargas mecánicas (Vera et al., 1987). Este proyecto se enfoca en el primero, que se basa fundamentalmente en el análisis cinético y cinemático del cuerpo humano. Según Soto and Calvo (1996), este enfoque asume que las articulaciones son puntuales y como los segmentos son rígidos, los materiales no se deforman.

Para poder generar un modelo del cuerpo humano es necesario conocer a mayor profundidad los movimientos de los músculos y las articulaciones involucradas para realizar cada ejercicio de interés. Es importante conocer las formas de rotación de las articulaciones así como los grados de libertad que puede tener cada una de ellas (Mejía Cordero and Sánchez Méndez, 2018). De igual manera, en los músculos se genera la fuerza necesaria para mover las diferentes partes del cuerpo.

### 2.2.1. Planos de referencia del cuerpo humano

Para facilitar la descripción de la ubicación y localización de las partes y órganos del cuerpo fueron creadas las superficies planas imaginarias que dividen el cuerpo llamados planos de referencia. Estos son utilizados para estudiar las posturas de trabajo, determinar los ángulos articulares, entre otros aspectos. Existen tres planos que se encuentran representados en la figura 2.3, los cuales son el plano sagital, plano frontal y plano horizontal. El plano sagital medio divide el cuerpo en dos mitades simétricas, derecha e izquierda por medio de una superficie. El plano frontal o coronal divide el cuerpo en anterior (o ventral) y posterior (o dorsal) mediante un plano vertical en ángulo recto respecto al sagital. El último plano en estudio es el horizontal o transversal que divide el cuerpo en superior e inferior y está dado por una superficie perpendicular a los dos planos anteriores. (Valerio-Cabello, 2013)



Figura 2.3: Planos de referencia del cuerpo humano (Azevedo-Guaura, sf).

### 2.2.2. Antropometría

La antropometría es definida como "el estudio del tamaño, proporción, maduración, forma y composición corporal, y funciones generales del organismo, con el objetivo de describir las características físicas, evaluar y monitorizar el crecimiento, nutrición y los efectos de la actividad física" es de gran importancia para determinar las condiciones ergonómicas, por esta razón sus estudios se refieren a poblaciones específicas y de esta manera establece bases de datos y normativas que permiten la toma de decisiones en relación a parámetros de diseño de sistemas de trabajo ergonómicos (Carmenate-Milián et al., 2014).

La antropometría estática tiene el objetivo de medir las dimensiones estáticas, es decir, tomadas con el cuerpo en una posición fija y determinada. La antropometría dinámica consta de la medición de las dimensiones realizadas a partir del movimiento asociado a actividades, o sea, se toman a partir de las posiciones de trabajo como resultado del movimiento asociado a ciertas actividades (Parra-Leal, 2012). En la figura 2.4 se puede observar las medidas antropométricas más usadas en el diseño ergonómico de pie.



Figura 2.4: Medidas antropométricas relevantes (de pie) donde: 1-Alcance vertical máximo sin agarre, 2-Alcance vertical máximo con agarre, 3-Estatura, 4-Altura de ojos, 5-Altura de hombros, 6-Altura de codos, 7-Altura espina iliaca, 8-Altura rodilla, 9-Alcance máximo con agarre, 10-Alcance máximo sin agarre, 11-Alcance máximo lateral, 12-Alcance mínimo con agarre, 13-Alcance mínimo sin agarre, 14-Profundidad de abdomen, 15-Profundidad de pecho y 16-Peso (ant, sf).

Valerio-Cabello (2013) menciona que las dimensiones del cuerpo se distribuyen normalmente (distribución de Gauss), permitiendo realizar cálculos o tratamientos estadísticos según las propiedades de esta distribución. Por lo tanto, existen pocos individuos muy bajos o muy altos, la mayoría se encuentran en el valor medio. También hace mención de los percentiles, estos expresan el porcentaje de individuos en una población dada con una dimensión corporal igual o inferior a un valor dado. Existe cierta variabilidad humana donde las medidas antropométricas cambian de una población a otra, por lo cual es necesario contar con datos antropométricos de la población que es objeto de estudio. Entre los parámetros más influyentes están: el sexo, raza, edad y alimentación. Existen tablas antropométricas de diferentes países y poblaciones. Puede existir variabilidad en un solo individuo ya que si por ejemplo el mismo pertenece a un determinado percentil, no quiere decir que sus medidas antropométricas pertenezcan también al mismo percentil.

Para realizar las mediciones antropométricas existen varios instrumentos dependiendo de las dimensiones a medir. El antropómetro, permite realizar una lectura precisa y directa de partes del cuerpo humano para realizar estudios antropológicos y de salud. Este instrumento se puede observar en la figura 2.5 y hace uso de una escala métrica con una parte fija y otra móvil que se desliza a través de la misma con el fin de medir los segmentos corporales, diámetros y estaturas. Tiene una resolución de 1 mm. (Amestoy, sf)



Figura 2.5: Antropómetro utilizado para la medición del ancho biacromial (Dietfarma, sf)

Los calibradores vernier, tienen una forma similar al antropómetro y son empleados para medir dimensiones pequeñas, grosores, espesores y distancias entre puntos con un margen de error mínimo y, al igual que el antropómetro, consta de dos componentes, uno fijo y otro móvil; la regla y la corredera (Aular, sf). El compás de pliegues cutáneos o plicómetro, es utilizado para medir el panículo adiposo, consiste en una pinza de presión que al medir aplica una presión de 981 Pa (10 g/cm<sup>2</sup>) y permite leer en unidades de mm el grosor equivalente a dos veces la piel más el tejido adiposo subcutáneo (Mora-Rodríguez, 2009). Existen otros instrumentos como la cinta antropométrica, el goniómetro o flexómetro y tallímetro.

### 2.2.3. Fisiología Muscular

Para comenzar a describir la fisiología muscular, es importante caracterizar los tres tipos de músculos que existen. El cuerpo humano cuenta con músculos esqueléticos, cardíacos y lisos. La musculatura esquelética está asociada con el movimiento de los huesos y por ende de todo el cuerpo, además, contribuyen a la regulación de la temperatura debido a su capacidad de generar calor. El músculo cardíaco se encuentra en el corazón. Y el músculo liso se encuentra distribuido en los órganos internos (Iglesias, 2007). En este caso nos estaremos enfocando en el funcionamiento de la musculatura esquelética, ya que es la que juega el papel principal en el ejercicio.

Según Salter (2000), casi el 50 % del peso de una persona promedio, es el músculo esquelético. El cuerpo cuenta con casi 400 músculos esqueléticos. Estos son los encargados de proporcionar el movimiento activo del esqueleto articulado, además de que asisten a mantener la postura. La propiedad básica de los músculos esqueléticos es su capacidad para contraerse o alargarse, lo que permite el acortamiento y elongamiento de cada músculo, generando movimiento o tensión. Cuando un músculo se contrae, transmite la tensión a los huesos a través de una o más articulaciones y produce movimiento (Jarmey, 2008). En la figura 2.6 se pueden observar los principales grupos musculares del cuerpo humano.

Los grupos musculares se pueden dividir por su función de la siguiente forma, según Choueiri (sf):

El tren superior del cuerpo se compone de siete regiones musculares generales en los hombros, en el pecho y en la espalda. Cada una de estas regiones contienen varias cabezas de músculo que a su vez trabajan con músculos auxiliares. Los músculos que pertenecen al tren superior de la imagen en la figura 2.6 son los dorsales, los trapecios, los deltoides, los pectorales, los bíceps, los tríceps y los antebrazos. A continuación se hace una descripción de los músculos mencionados según Crompton et al. (2018) y Choueiri (sf):

Hombros: los deltoides componen gran parte de los hombros y están formados por una



Figura 2.6: Grupos musculares principales Fuente: (Salinas, 2013)

cabeza anterior que se encarga de la acción de flexión y rotación media, media que actúa como abductor y posterior que trabaja la extensión y la rotación lateral. Además, los hombros cuentan con otros músculos más pequeños como el manguito rotador que está formado por el subescapular, supraespinoso, infraespinoso y redondo menor.

- Pecho: se compone del pectoral mayor, el pectoral menor, el serrato anterior y el subclavio. El pectoral mayor es el músculo más superficial de esta región y se encarga de la aducción y flexión del brazo. El pectoral menor estabiliza la escápula.
- Brazo: se compone principalmente del bíceps y el tríceps que actúan para flexionar y extender el codo respectivamente. También se encuentran los músculos del branquial y el braquiorradial.
- Antebrazo: comprende principalmente los flexores (seis músculos) y los extensores (8 músculos) de la muñeca que se encargan de flexionar y extender la muñeca respectivamente.
- Espalda: en esta sección se originan muchos músculos del cuello y los hombros y los músculos que la componen se sobreponen uno sobre el otro. Por ser un grupo muscular grande, cuenta con muchos músculos entre los cuales se puede mencionar los siguientes: romboides, trapecio medio, trapecio inferior, dorsal ancho, multifidio y cuadrado lumbar. Estos músculos se encargan de flexionar lateralmente la columna, erguir la columna, retraer las escápulas y aducir los hombros.

El tren inferior del cuerpo se puede dividir en tres grupos musculares principales que son la cadera, la pierna superior (muslo hasta la rodilla) y la pierna inferior (de la rodilla al pie). Los músculos que pertenecen al tren inferior de la imagen en la figura 2.6 son fascia lata, glúteos, cuádriceps, gemelos, aductores e isquiotibiales. A continuación se hace una descripción de los músculos mencionados según Crompton et al. (2018):

- Cadera: tiene movimientos de flexión, extensión, abducción y aducción. La extensión de cadera se da principalmente por el glúteo mayor. Además, permite la rotación del muslo sobre la cadera. Los principales abductores son la fascia lata, el glúteo medio y el glúteo menor. Estos tres músculos también se encargan de la rotación hacia dentro del muslo extendido y de la rotación hacia fuera del muslo flexionado. Los aductores principales de la cadera son el aductor mayor, el aductor corto y el aductor largo. El músculo principal de la flexión de la cadera es el iliopsoas.
- Pierna superior (muslo): la extensión de la rodilla se lorgra por el cuádriceps. El grupo de cuádriceps femoral incluye el vasto medio, el vasto lateral, el vasto intermedio y el recto femoral. Los músculos isquiotibiales se encargan de la flexión de rodilla y están situados en la parte posterior del muslo e incluyen el bíceps femoral, el semitendinoso y el semimembranoso.
- Pierna inferior (gemelos): los músculos que lo comprenden son complejos y trabajan en diferentes planos. Sus acciones dependen directamente de la posición del pie y el peso que están soportando en determinando momento. El gastrocnemio, o los gemelos, se encuentran en la parte trasera inferior de la pierna y es el músculo más superficial de la pantorrilla. Se origina en la parte posterior del fémur y la rótula y se une a la pantorrilla por el sóleo y al tobillo por el tendón de Aquiles. Este músculo proporciona la fuerza impulsora para correr y saltar. Además, se encarga de tirar del talón hacia arriba y entender el pie hacia abajo.

Según Lopez (2018) el *core* como se conoce popularmente o la zona media, se encuentra en el centro de gravedad del cuerpo y los músculos que lo componen ayudan a generar y transferir la fuerza necesaria desde los segmentos mayores a los pequeños del cuerpo durante las actividades y movimientos de los mismos. Los músculos que pertenecen a la zona media de la imagen en la figura 2.6 son los oblicuos, abdominales y lumbares. A continuación se hace una descripción de los músculos mencionados según Crompton et al. (2018) y Lopez (2018):

- Abdomen: el abdomen se compone del músculo recto abdominal, los oblicuos externos e internos, el transverso del abdomen y el diafragma. El recto abdominal es un músculo muy importante para la postura y ayuda a flexionar la columna vertebral. El transverso del abdomen es uno de los principales estabilizadores de la articulación sacro-ilíaca. Esta articulación es la que conecta el hueso triangular en la parte inferior de la columna vertebral (sacro) con la pelvis (cresta ilíaca). Los oblicuos tienen una función similar al transverso del abdomen y sus fibras son paralelas a este músculo.
- Espalda: esta región se compone del músculo cuadrado lumbar y el músculo multífido. El primero enlaza la actividad motriz de las vértebras con el tórax y la pelvis por medio de un brazo de palanca. El segundo se ubica a lo largo de la columna vertebral y su función es mantener la estabilidad de las vértebras y la curvatura de la columna en una zona neutral.

### 2.2.4. Tejido muscular

Iglesias (2007) describe que el tejido muscular está compuesto por células musculares denominadas fibras musculares. Un músculo pequeño está compuesto por cientos de fibras musculares, mientras que un músculo grande puede contener hasta cientos de miles de fibras musculares. La disposición de las fibras musculares puede ser paralela, oblicua o radial a su eje longitudinal. Además, las fibras musculares están unidas entre sí mediante tejido conjuntivo. La composición de la fibra muscular se puede observar en la figura 2.7 y además se explica a continuación.



Figura 2.7: Diagrama de una fibra muscular y sus componentes (Iglesias, 2007)

La membrana de una fibra muscular se conoce como sarcolema, y el citoplasma como sarcoplasma. Las miofibrillas son estructuras intracelulares, formadas por un conjunto de proteínas contráctiles y elásticas, las cuales son fundamentales para la contracción muscular. Las células musculares contienen un retículo sarcoplasmático, encargado de acumular el calcio necesario para la contracción muscular. Además, en el retículo sarcoplasmático se encuentran túbulos T, cuya función es transmitir los potenciales de acción que se originan en la superficie al interior de la fibra.

De acuerdo a lo que exponen López Chicharro and Fernández Vaquero (2006), las fibras musculares se pueden dividir en 3 tipos: lentas o rojas (tipo I), intermedias (tipo IIA) y rápidas o blancas (tipo IIB). Cada tipo es activado por una neurona motora diferente, que a su vez se encuentran conectadas a los músculos. La fibras rápidas cuentan con un gran número de miofibrillas que son capaces de generar mucha fuerza por un periodo de tiempo corto. Las fibras lentas cuentan con muchas mitocondrias que generan energía y mioglobina que almacena oxígeno. Ambas generan poca fuerza pero no se agotan con facilidad. Este tipo de fibras se activan con mayor facilidad que las rápidas. Las fibras intermedias cuentan con características ambos tipos descritos anteriormente. Las fibras blancas tienen un potencial de crecimiento mayor que las rojas, sin embargo, la disposición en la musculatura del tipo de fibras es variable, ya que depende del grupo muscular y de la persona. Por lo tanto, la predominancia de fibras lentas es favorables para ejercicios de larga duración y la de fibras rápidas para ejercicios de potencia.

### 2.2.5. Sobrecarga muscular

Según American College of Sports Medicine (2008), cuando las propiedades metabólicas de una fibra muscular esquelética se utilizan por encima de su capacidad habitual el músculo se sobrecarga y la fibra intenta adaptarse a la nueva demanda. La sobrecarga repetida de una fibra, se le denomina entrenamiento. El entrenamiento contra resistencia incrementa el tamaño y el volumen de las mitocondrias ubicadas en las fibras musculares, las cuales se pueden observar en la figura 2.7. El incremento de las mitocondrias en el entrenamiento contra resistencia se debe a un aumento de la tasa de oxígeno.

El entrenamiento contra resistencia no aumenta el número de fibras de un músculo, sino que produce un aumento en el tamaño de cada fibra. Además del crecimiento de las mitocondrias, se presenta un aumento de la sección transversal de cada fibra, así como un aumento del número de miofibrillas en cada fibra (Cochran and House, 2002).

### 2.2.6. Segmentos corporales y movimiento articular

El análisis del movimiento de una máquina de ejercicio debe ir unido al análisis del movimiento de los segmentos corporales, los cuales se dan en el cuerpo humano con respecto a una o varias articulaciones. Para determinar un segmento es necesario definir dos puntos de su eje longitudinal, usualmente se usan articulaciones en sus extremos para determinar dichos puntos. La segmentación del cuerpo puede realizarse de diferentes formas; sin embargo, habitualmente se usan modelos como el que se muestra en la figura 2.8 donde se pueden ver los principales segmentos y articulaciones del cuerpo.



Figura 2.8: Articulaciones y segmentos del cuerpo humano (Jarmey, 2008)

Las extremidades que se encuentran en el tren superior del cuerpo son: el brazo cuyo movimiento está asociado a las articulaciones del hombro, el antebrazo cuyo movimiento está asociado al codo y la mano cuyo movimiento está asociado a la articulación de la muñeca. Las extremidades que se encuentran en el tren inferior del cuerpo son: muslo cuyo movimiento se debe a la articulación de la cadera, la pierna cuyo movimiento está asociado a la articulación de la rodilla y por último el pie cuyo movimiento se asocia al tobillo. También se encuentra el segmento del tronco. Es importante mencionar que según Soto and Calvo (1996) algunos segmentos son más deformables que otros; sin embargo, en el modelo mencionado, aceptar la rigidez de estos segmentos deformables ayuda a simplificar el análisis reduciendo su complejidad, pero conlleva una pérdida de precisión en los resultados .

Por otro lado, es importante conocer los movimientos básicos en las articulaciones los cuales son: flexión, extensión, abducción, aducción, rotación medial y rotación lateral. Estos se muestran en la figura 2.9. A partir de la posición anatómica, cada movimiento se asocia a



un plano de referencia: flexión y extensión ocurren en el plano sagital, abducción y aducción se dan en el plano frontal, y las rotaciones en plano transversal.

Figura 2.9: Movimientos articulares principales (Jarmey, 2008)

Según Staugaard-Jones (2014) la flexión consiste en reducir el ángulo entre los huesos de una articulación. Por el contrario, la extensión consiste en aumentar el ángulo entre los huesos de una articulación. El autor explica que la abducción es el movimiento de un hueso que se aleja de la línea media del cuerpo o de la línea media de otra extremidad y la aducción es el movimiento de un hueso hacia la línea media del cuerpo o extremidad. Por otro lado, la rotación medial o rotación interna es el giro de una articulación hacia la línea media del cuerpo y la rotación lateral o rotación externa es el giro de la misma hacia fuera alejándose de la línea media (Staugaard-Jones, 2014).

### 2.2.7. Palanca anatómica

Una palanca es una barra rígida que rota sobre a un punto fijo o un eje que se conoce como pivote (Hamill and Knutzen, 2006). Una palanca anatómica se basa en el mismo concepto. Sus partes son una fuerza de resistencia, una fuerza de trabajo, una barra y un pivote. Se le conoce como brazo de trabajo a la distancia perpendicular entre el punto de pivote y el punto de aplicación de la fuerza de trabajo. Por otro lado, el brazo de resistencia consiste en la distancia perpendicular entre la línea de acción de la fuerza de resistencia y el punto de pivote. Ambas fuerzas generan un torque alrededor del pivote. Como ejemplo de palanca se puede tomar el segmento del antebrazo que se muestra en la figura 2.10



Figura 2.10: Palanca anatómica que muestra el brazo de resistencia, el brazo de trabajo y el pivote (articulación del codo). Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)

El hueso del antebrazo tiene una función de barra o palanca rígida y la articulación del codo es el pivote. La fuerza de resistencia ocurre por el peso del segmento, así como el peso añadido por la muñeca y la mano. La fuerza de trabajo se genera por la tensión en el músculo debido a la flexión del codo.

Hamill and Knutzen (2006) indica que la relación entre el brazo trabajo y el brazo de resistencia se obtiene la ventaja mecánica VM, la cual se define según la ecuación 2.1.

$$VM = \frac{brazodetrabajo}{brazoderesistencia}$$
(2.1)

El valor de VM permite cuantificar la función de la palanca anatómica. Si el valor de VM es igual a la unidad, el efecto de la palanca se limita a alterar la dirección del movimiento o el balance de la palanca. Si la ventaja mecánica es mayor a 1, el brazo de trabajo es mayor que el brazo de resistencia y se magnifica el efecto de la fuerza de trabajo. Por último, si la ventaja mecánica es menor a 1, el brazo de trabajo es menor al brazo de resistencia. Esto implica que es necesario una fuerza de trabajo mayor para vencer la fuerza de resistencia.

La palanca anatómica se puede dividir en tres grupos, según el punto donde se apliquen las fuerzas de trabajo y resistencia. Estas se pueden clasificar de la siguiente forma según Hamill and Knutzen (2006):

 Palanca clase I: en este caso la fuerza de resistencia y la fuerza de trabajo se encuentran en lados opuestos del pivote. La ventaja mecánica puede tomar el valor de 1, mayor que 1 o menor que 1. Sin embargo, en la mayoría de los casos este tipo de palanca toma el valor de la unidad en el cuerpo humano porque actúa para balancear o cambiar la dirección de la fuerza de trabajo. Este tipo de palanca anatómica se manifiesta en el sistema musculoesqulético de cuerpo humano. Un ejemplo de una palanca de clase I se puede observar en la figura 2.11 donde la acción del músculo esplenio del cuello balancea el peso de la cabeza en la faceta occipital.



Figura 2.11: Palanca anatómica de clase I en la cual el peso de la cabeza es la fuerza de resistencia, el músculo esplenio provee la fuerza de trabajo y el pivote es la articulación faceta occipital. Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)

 Palanca clase II: este tipo de palanca se caracteriza por la ubicación de ambas fuerzas del mismo lado del pivote. Más específicamente, la fuerza de resistencia actúa entre el pivote y la fuerza de trabajo, generando así una ventaja mecánica mayor a 1 en todo momento. Un ejemplo de este tipo de palanca es mover un carretillo, dicha acción se puede observar en la figura 2.12



Figura 2.12: Palanca anatómica de clase II. La fuerza de resistencia se encuentra entre el pivote y la fuerza de trabajo. Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)

A la hora de alzar un carretillo, se aplica una fuerza de trabajo para contrarrestar la fuerza de resistencia causada por el peso del carretillo y su carga.

Palanca clase III: en este tipo de palanca ambas fuerzas se encuentran del mismo lado del pivote pero a diferencia de la clase II, la fuerza de trabajo actúa entre el pivote y la línea de acción la fuerza de resistencia. Consecuentemente, el brazo de trabajo es menor al brazo de resistencia y así la ventaja mecánica es menor a 1. Este tipo de palanca es la más frecuente en el cuerpo humano. El brazo de la figura 2.13 se encuentra flexionado en el codo de tal forma que es una palanca anatómica de tercer grado. La fuerza de resistencia es el peso del brazo, el punto de pivote es la articulación del codo y la fuerza de trabajo se genera por los músculos flexores del codo.



Figura 2.13: Palanca anatómica de clase III. Adaptado de Hamill and Knutzen (2006)

#### 2.2.8. Acciones musculares

La tensión en un músculo se genera cuando se busca mantener la posición específica de un segmento del cuerpo, elevar y bajar dicho segmento o generalmente al controlar el segmento. Una acción muscular *isométrica* se desarrolla cuando un músculo está activo y bajo tensión sin que hava un cambio visible en la posición de la articulación (Hamill and Knutzen, 2006). Una acción concéntrica ocurre cuando un músculo se acorta visiblemente mientras genera tensión activa. En un movimiento concéntrico, los músculos que lo generan se encuentran en la misma dirección que el cambio de el ángulo de la articulación, esto quiere decir que los agonistas son los músculos principales de esta acción. Este tipo de acciones se usan generalmente para generar fuerzas en contra de resistencias externas como levantar un peso, empujar el cuerpo del piso y lanzar un objeto (Hamill and Knutzen, 2006). Por último, una acción excéntrica ocurre cuando una fuerza externa, como la gravedad, supera la tensión que puede generar el músculo y provoca una extensión de las fibras musculares. En un movimiento excéntrico, la fuerza muscular que produce la rotación de la articulación se encuentra en la dirección opuesta del cambio de ángulo de la articulación. Esto quiere decir que los antagonistas son los músculos que controlan el movimiento. El desplazamiento de los miembros corporales durante una acción muscular excéntrica se conocen como negativos porque se mueven hacia abajo por gravedad o tienen un trabajo de controlar el movimiento en lugar de iniciarlo (Hamill and Knutzen, 2006).

Las acciones musculares isométricas, concéntricas y excéntricas no se usan independiente-

mente unas de otras, sino en combinación. Las acciones isométricas se usan para estabilizar una parte del cuerpo y las acciones conéntricas y excéntricas se usan secuencialmente para maximizar el almacenamiento de energía y el rendimiento muscular (Hamill and Knutzen, 2006).

### 2.2.9. Músculos implicados en el trabajo de pecho

Marchante (2014c) detalla información de los músculos implicados en el trabajo de pecho y su funcionamiento. Todos los músculos mencionados se encuentran representados en la figura datos que se resumen a continuación. Además, la figura 2.14 hace una representación de la ubicación de los mismos.

- Pectoral mayor: sus fibras están divididas en tres zonas: superior, media e inferior y sus acciones son: aducción del hombro por delante del tórax, aducir el hombro desde una posición de abducción, flexión horizontal del hombro, rotar internamente el húmero, colocar el hombro en una posición de anteposición y flexión sagital del hombro.
- El pectoral menor: realiza una flexión horizontal del hombro, colocar el hombro en posición de anteposición y descender la escápula.
- El deltoides anterior: realiza una flexión horizontal en el hombro y rotación externa en el húmero.
- El serrato anterior: tiene como acciones principales: flexión horizontal del hombro, flexión sagital del hombro, abducción de escápulas y rotación externa de escápulas.
- El músculo subclavio: tiene como acción principal la extensión de la clavícula.

Los músculos anteriormente mencionados actúan sobre dos estructuras articulares las cuales son: la cintura escapular que afecta directamente la escápula y la clavícula, y el húmero (músculo de interés para el trabajo de pecho). (Marchante, 2014c)

Teniendo en cuenta la información anteriormente proporcionada respecto a la composición del pecho y sus funciones, se concluye que la forma apropiada de entrenar estos músculos es por medio de presses y de aperturas. Para este marco teórico se adjuntará información sobre el press de banca plano (bench press) y aperturas con mancuernas en banco ya que ejemplifican de manera adecuada los movimientos de presses y aperturas. En la figura 2.15 se puede ver la ejecución de estos movimientos.

La realización del press de banca plano consiste en acostarse sobre un banco plano, con los glúteos en contacto con el banco y pies en el suelo. Se coge la barra con las manos en pronación y separadas a mayor distancia que la anchura de hombros, se inspira y se baja la barra hasta el pecho con un movimiento controlado y se vuelve a subir la barra con una expiración. Para realizar aperturas con mancuernas en banco hay que acostarse sobre el banco con las mancuernas recogidas con las manos y brazos extendidos con codos ligeramente flexionados (evitando exceso de tensión en la articulación), se inspira separando los brazos hasta que estén en posición horizontal, seguidamente se elevan hasta la vertical mientras se expira.(Delavier, 2013).


Figura 2.14: Musculatura del pecho (Jones, 2017).



Figura 2.15: Ejecución del movimiento de a) press de banca plano (bench press) y b) aperturas con mancuernas en banco plano (Delavier, 2013)

# 2.2.10. Músculos implicados en el trabajo de espalda

Según Marchante (2014a) los principales músculos implicados a la hora de ejercitar la espalda son los siguientes:

- El trapecio: este músculo se encuentra dividido en tres zonas. La superior, encargada de levantar y rotar las escápulas. La zona media, encargada del movimiento del hombro. La zona inferior, encargada de bajar las escápulas.
- El deltoides posterior: sus acciones principales son extensión sagital de hombro, exten-

sión horizontal de hombro y rotación externa del húmero.

- El infraespinoso: este músculo pertenece al manguito rotador del hombro y se encarga de la extensión horizontal de hombro y la rotación externa del húmero.
- Romboides: su principales funciones son elevar la escápula, extensión sagital de hombro, abducción de escápulas, abducción de hombro.
- Redondo: existen dos redondos, el redondo mayor y el redondo menor. El redondo mayor se encarga de rotación interna del húmero, extensión sagital del hombro, extensión horizontal de hombro y abducción del hombro. El redondo menor realiza la extensión horizontal del hombro, rotación externa del húmero y abducción en el hombro.
- Dorsal ancho: encargado de extender sagitalmente el hombro, abducción del hombro, rotación interna del húmero y colocación de retroposición de hombro.
- Lumbar: este músculo es la unión de los músculos abdominales oblicuos con el dorsal ancho. Su acción destender la columna vertebral.

En la siguiente figura se muestran los músculos descritos anteriormente



Figura 2.16: Musculatura de la espalda (Marchante, 2014a)

Los músculos mencionados anteriormente trabajan sobre tres estructuras óseas: la cintura escapular, la columna vertebral y la cadera. Un factor muy importante que se debe tomar en cuenta a la hora de realizar ejercicios de espalda, es que esta debe mantenerse totalmente recta. Esto porque si no se puede inducir a una lesión.

Según Delavier (2013), existen muchos tipos de ejercicios para la espalda, sin embargo, en este proyecto se estará detallando en los tirones verticales. Los tirones verticales implican que la resistencia se presenta de forma vertical. Para realizar el ejercicio tipo ascensor de la figura 2.1 se deben tomar en cuenta algunas consideraciones. Este ejercicio también se le puede llamar polea al pecho. Al realizar el ejercicio, se debe inspirar y tirar de la barra hasta la parte superior del pecho, dirigiendo los codos hacia el tronco; al finalizar el movimiento se debe espirar. Este ejercicio es ideal para desarrollar la espalda en anchura. Trabaja principalmente los dorsales anchos, los redondos mayores, los romboides y los trapecios. El autor también describe este ejercicio ideal para principiantes, ya que permite adquirir fuerza suficiente para continuar a ejercicios de mayor dificultad.

# 2.2.11. Músculos implicados en el trabajo de piernas

Marchante (2014b) indica que los músculos involucrados en el entrenamiento de piernas se pueden dividir en dos grupos grandes: los músculos que inciden predominantemente en la rodilla y los músculos que inciden sobre la cadera. Los músculos dominantes de rodilla son los que se encargan de extender o flexionar la rodilla. Los flexores más importantes de la pierna son los isquiosurales, pero no son los músculos dominantes de rodilla, ya que también se encargan de la extensión de cadera. El extensor principal es el cuádriceps femoral, que se ve ayudado de forma sinérgica por el glúteo. El cuádriceps es el músculo principal dominante de rodilla, ya que se encarga de dirigir todos los movimientos de flexión de rodilla durante las actividades diarias. Trabaja por medio de una contracción excéntrica y concéntrica. Los músculos que conforman el cuádriceps son el *Rectus femoris* o recto femoral, *Vastus medialis* o vasto interno, *Vastus lateralis* o vasto externo. Dichos músculos se pueden observar en la figura 2.17. Además, se compone del vasto intermedio que se encuentra debajo del recto femoral.



Figura 2.17: Musculatura del cuádriceps y la cadera (Marchante, 2014b) A continuación se realiza una descripción de cada componente del cuádriceps:

- Recto femoral: cuenta con 35 % de fibras musculares lentas y con 65 % de fibras rápidas.
   Sus acciones son de realizar una extensión de rodilla y una flexión de cadera.
- Vasto interno: cuenta con partes iguales de fibras lentas y fibras rápidas.
- Vasto externo: cuenta con un 43 % de fibras lentas y con un 57 % de fibras rápidas. En el caso de las mujeres, estos porcentajes se invierten.
- Vasto intermedio: se compone de 50 % fibras lentas y 50 % fibras rápidas.

Los vastos se encuentran uno al lado del otro de forma paralela. El recto femoral se encuentra en una zona más superficial. Los mejores ejercicios para desarrollar los cuádriceps son todos aquellos que son variantes de las sentadillas, sobre todo las versiones unilaterales como la sentadilla búlgara que se muestra en la figura 2.18.



Figura 2.18: Sentadilla búlgara (Marchante, 2014b)

El ejercicio de press de pierna o prensa de pierna es un ejercicio bilateral que tiene un patrón de movimiento establecido definido por el fabricante. Cuando se trabaja con la prensa, el abdomen no genera estabilidad lumbar ni de cadera, ya que no se utiliza. De igual manera, se produce movimiento solo de la articulación de la rodilla, la articulación de la cadera se mantiene en flexión. Una persona en promedio puede llegar a levantar entre 1,8 y 2 veces más peso en un press de pierna que durante una sentadilla. Sin embargo, esta característica no implica que una variación de trabajo de cuádriceps es más eficiente que la otra. El ejercicio de prensa de pierna involucra menos control del cuerpo, ya que el rango de movimiento de la persona está dirigido por la máquina. Por ende, es más sencillo de aprender y ejecutar correctamente, sin forzar los músculos de la espalda. En la figura 2.19 se puede observar la ejecución del ejercicio de piernas en la prensa.



Figura 2.19: Prensa de piernas (Marchante, 2014b)

# 2.3. Movimiento humano

## 2.3.1. Actividad física

Según la Organización Mundial de la Salud, OMS (2002), la actividad física es cualquier movimiento del cuerpo producido por los músculos que resulte en un gasto de energía. La actividad física se confunde frecuentemente con el término de ejercicio físico. La actividad física abarca el ejercicio físico pero también incluye otros movimientos corporales que surgen en momentos de juego, del trabajo, durante el transporte activo, en las tareas domésticas y actividades recreativas. Aumentar el nivel de actividad física es una necesidad social, no solo individual debido a sus efectos beneficiosos en la salud y como prevención de enfermedades como diabetes, hipertensión y sobrepeso. Por lo tanto, exige una perspectiva poblacional, multisectorial y multidisciplinaria.

El sedentarismo se puede definir como un estilo de vida que no cumple con los requisitos mínimos de actividad física que incluyen 30 minutos a intensidad moderada por 5 días de la semana o 20 minutos a intensidad alta durante 3 días de la semana (Varela-Moreiras et al., 2013). Uno de los factores que ha logrado reducir el porcentaje de sedentarismo en la sociedad ha sido la implementación de actividad física durante el trabajo (Cordero et al., 2014). Según Heady et al. (1961), se identificó que los conductores de bus de una empresa en Londres tenían más infartos que los revisores de la misma empresa que subían las escaleras de los buses de dos pisos. Este estudio muestra que la actividad física realizada durante las horas laborales ayuda a reducir la incidencia de complicaciones cardiovasculares.

## 2.3.2. Ejercicio físico

Como se mencionó anteriormente, el ejercicio físico es una variedad de actividad física, la cual es planificada, estructurada, repetitiva, cuyo objetivo es la mejora o el mantenimiento de uno o más componentes de la aptitud física (OMS, 2002). Entonces, el ejercicio físico es conocido como "la actividad que se lleva a cabo para conservar u optimizar el estado físico. Por lo general se trata de una serie de movimientos que se repiten periódicamente" (Pérez-Porto and Merino, 2017).

La cantidad de ejercicio que se haga durante la semana tiene una relación directa con la disminución de factores de riesgo cardiovascular y la mortalidad a largo plazo por enfermedades cardiovasculares. En la figura 2.20, se puede observar los resultados de un estudio del efecto que tiene la práctica de ejercicio en la incidencia de diferentes enfermedades. Este estudio se realizó en 416 175 personas en Taiwán entre los años 1996 y 2008 (Wen et al., 2011). Los participantes se clasificaron en cinco categorías según el volumen de ejercicio que realizaban: inactivo o bajo, intermedio, alto y muy alto.



Figura 2.20: Efecto de la práctica de ejercicio físico en la incidencia de diferentes enfermedades (Cordero et al., 2014)

De igual forma, se ha demostrado, por medio de diferentes estudios, que el ejercicio físico tiene efectos positivos en el sistema nervioso central de una persona a lo largo de diferentes etapas de la vida. La práctica de ejercicio físico regular ayuda a mejorar la capacidad de aprendizaje de los adolescentes así como tienen efectos beneficioso en individuos con enfermedades como la depresión y el Alzheimer (Cordero et al., 2014).

# 2.3.3. Modalidad de ejercicio

Existen diferentes modalidades de ejercicio físico, lo cuales se clasifican según el tipo de energía que se use. Existen ejercicios como correr, andar en bicicleta y caminar que necesitan oxígeno como parte del proceso de la generación de energía. Por otro lado, el levantamiento de pesas y entrenamiento interválico de alta intensidad (HIIT en sus siglas en inglés) usan las reservas de energía en los músculos, sin involucrar el oxígeno de la respiración. El ejercicio aeróbico y anaeróbico son dos modalidades de ejercicio que se diferencian por la intensidad, los intervalos y los tipos de fibras musculares que incorporan (Patel et al., 2017).

#### Ejercicio aeróbico

Según Patel et al. (2017), el Colegio Americano de Medicina del Deporte define el ejercicio aeróbico como cualquier actividad que use grupos musculares grandes, puede mantenerse de forma continua y es de naturaleza rítmica. Los músculos activados por este tipo de ejercicio extraen energía de aminoácidos, carbohidratos y ácidos grasos. La capacidad aeróbica de una persona depende de la capacidad del sistema cardio-respiratorio para suministrar oxígeno y la capacidad de los músculos para utilizarlo. Algunos ejemplos de ejercicios aeróbicos son correr, trotar, nadar, andar en bicicleta, bailar y caminar.

#### Ejercicio anaeróbico

El Colegio Americano de Medicina del Deporte define el ejercicio anaeróbico como una actividad física intensa de muy corta duración, cuya fuente de energía proviene de los músculos y por ende es independiente del uso de oxígeno inhalado (Patel et al., 2017). Este tipo de ejercicio se caracteriza por desarrollarse hasta el punto de agotamiento muscular y por trabajar bajo el principio de progresión para incrementar la fuerza (Mejía Cordero and Sánchez Méndez, 2018). Los ejercicios que generalmente se consideran anaeróbicos son aquellos en los cuales los músculos se contraen rápidamente como ocurre en carreras de velocidad, entrenamiento en intervalos de alta intensidad (HIIT) y levantamiento de pesas (Patel et al., 2017).

#### Entrenamiento contra resistencia

El entrenamiento contra resistencia es una modalidad de ejercicio que se ha popularizado por sus beneficio en el aumento de la fuerza muscular, potencia, resistencia muscular, velocidad, coordinación y balance (Kraemer and Ratamess, 2004). Este tipo de ejercicio es recomendado por el Colegio Americano de Medicina del Deporte para una amplia gama de grupos poblacionales como adolescentes, adultos, ancianos e individuos con enfermedades cardiovasculares.

Este tipo de entrenamiento se basa en vencer una resistencia que se opone a la fuerza aplicada. Para ello se pueden usar pesos libres como manquernas, máquinas especiales, ligas elásticas y el peso corporal (Mejía Cordero and Sánchez Méndez, 2018). Usualmente, las máquinas para ejercicio contra resistencia se clasifican en dos grupos: de esfuerzo en una sola articulación o de esfuerzo en múltiples articulaciones. Entre los ejercicios que esfuerzan una sola articulación se pueden mencionar la press de pierna, y la flexión y extensión de pierna. Este tipo de ejercicio contra resistencia representan menos riesgo de lesión para la persona, debido al reducido nivel de técnica involucrado. Kraemer and Ratamess (2004) indican que es importante diferenciar entre el entrenamiento contra resistencia competitivo y el recreativo. El primero implica entrenar para maximizar la hipertrofia muscular, la fuerza y la potencia. El segundo busca aumentar de forma moderada la fuerza muscular, la resistencia muscular local y la hipertrofia para obtener un mejora en el estado físico general.

# 2.4. Mecánica

# 2.4.1. Diseño en la Ingeniería Mecánica

De acuerdo a Budynas and Nisbett (2012), el diseño es un proceso innovador y altamente iterativo, cuyo objetivo es satisfacer una necesidad específica o resolver un problema particular. Las bases del diseño mecánico son la mecánica de sólidos, de fluidos, la transferencia de masa y momento, los proceso de manufactura y las teorías de la electricidad y de la información. Estas diferentes áreas de la ingeniería se combinan y complementan para producir un diseño funcional, seguro, confiable, competitivo, útil, que se pueda fabricar y comercializar.

#### Fases e interacciones del proceso de diseño

El proceso de diseño se compone de diferentes fases que se retro-alimentan y se ven sometidas a muchas iteraciones. El diagrama de la figura 2.21 muestra el proceso de diseño completo.



Figura 2.21: Fases del proceso de diseño que reconocen múltiples retroalimentaciones e iteraciones (Budynas and Nisbett, 2012)

El primer paso del proceso de diseño es la *identificación de una necesidad*, la cual puede ser una inconformidad o una inquietud ante una situación. Por ejemplo, la necesidad de mejorar una empacadora de alimentos por su alto nivel de ruido y por las alteraciones que provoca en la calidad de la envoltura. La *definición del problema* incluye las especificaciones y características del objeto que se va a diseñar. Entre ellas se encuentran las cantidades de entrada y salida, las limitaciones del sistema así como las dimensiones que va a ocupar el objeto. Entre las especificaciones implicadas se pueden mencionar los procesos de manufactura disponibles y el tamaño de la planta o espacio en el que se colocará el objeto a diseñar. El paso más importante durante la parte de *síntesis* es el diseño conceptual. Es necesario proponer, investigar y cuantificar varios esquemas de solución. La soluciones propuestas se deben analizar y evaluar su desempeño para que, si es necesario, se revisen, se mejoren o se desechen. La síntesis, el análisis y la optimización están relacionados de forma iterativa. Para cumplir los puntos de análisis y optimización es necesario el desarrollo de modelos abstractos del sistema que admite alguna forma de análisis matemático. con dichos modelos se espera simular el sistema físico real. La parte de *evaluación* implica la prueba del prototipo del diseño en un laboratorio. En este punto es donde se desea conocer si el diseño funciona como debería hacerlo y si satisface las necesidades para las cuales fue construido. Por último, la *presentación* es esencial para el proceso de venta del diseño.

#### Consideraciones de diseño

Las consideraciones de diseño son todos aquellos factores que influyen en el diseño del elemento. A menudo se deben considerar muchas de estas características para un solo diseño y se relacionan con la geometría, el material, el procesamiento y la unión de los elementos del sistema. Entre las más importantes se pueden mencionar las siguientes según Budynas and Nisbett (2012): funcionalidad, resistencia y esfuerzo, deflexión, desgaste, corrosión, costo, ruido, mantenimiento y facilidad de manufactura.

#### Equivalent Elastic Strain (Von Mises)

También llamada Deformación Elástica Equivalente, es uno de los esfuerzos más usados, se calcula para materiales dúctiles. La teoría en la que está basada se llama Energía de Deformación Máxima, la misma "predice que la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a la fluencia en tensión o compresión del mismo material". Se usa en diseño porque permite representar cualquier esfuerzo tri dimensional en un valor positivo. Está representado por la ecuación 2.2 y su factor de seguridad está dado por 2.3: (Budynas and Nisbett, 2012)

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}\right]^{1/2} \ge S_y \tag{2.2}$$

Donde:

 $\sigma' = \text{esfuerzo de von Mises}$  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = \text{esfuerzos principales}$  $S_y = \text{resistencia a la fluencia}$ 

$$\sigma' = \frac{S_y}{n} \tag{2.3}$$

Donde:  $\sigma' = \text{esfuerzo de von Mises}$ n = factor de seguridad

 $S_y$  = resistencia a la fluencia

#### Maximum Shear Stress

Conocido como Esfuerzo Cortante Máximo, según Budynas and Nisbett (2012), "estipula que la fluencia comienza cuando el esfuerzo cortante máximo... iguala al esfuerzo cortante máximo en una pieza de ensayo a tensión del mismo material cuando esa pieza comienza a fluir", hace relación a una fuerza de tensión aplicada a una probeta que provoca líneas de desplazamiento llamadas líneas de Lüder aproximadamente a 45° del eje de tensión produciendo la fluencia cuando:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \ge \frac{S_y}{2} \tag{2.4}$$

Donde:

 $\tau = {\rm esfuerzo}$ cortante máximo en la fluencia

 $\sigma_1, \sigma_3 = \text{esfuerzos principales}$ 

 $S_y$  = resistencia a la fluencia

El autor también expresa que se puede obtener un factor de seguridad mediante la inclusión del valor n en la ecuación 2.4, este factor de seguridad se encuentra representado por la ecuación 2.5.

$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2n} \tag{2.5}$$

Donde:

 $\tau$  = esfuerzo cortante máximo en la fluencia n = factor de seguridad

 $S_y$  = resistencia a la fluencia

#### Factor de seguridad

Un método clásico de diseño es el método de diseño por esfuerzo permisible donde se da una comparación del esfuerzo al que se somete una pieza y el esfuerzo permisible del material del cual está hecho dicho objeto. La máxima carga que puede soportar una parte de una máquina usualmente es más pequeña que la carga última que soporta el material antes de la fractura (Beer et al., 2010b). Esta característica implica que el elemento tiene una reserva de esfuerzo para asegurar un desempeño seguro. La ecuación 2.6 describe el factor de seguridad. fundamental

$$n = \frac{S}{\sigma} \tag{2.6}$$

Donde:

 $\sigma$  = Esfuerzo de la pieza, Pa

S =Esfuerzo permisible, Pa

n = factor de seguridad

Es importante resaltar que el esfuerzo permisible S puede ser a la ruptura  $S_{ut}$  o a la fluencia  $S_y$ . Además, el esfuerzo puede ser normal ( $\sigma$ ) o cortante ( $\tau$ ). La unidades de S y el esfuerzo permisible deben ser iguales y en el mismo sistema de unidades.

#### Otros aspectos importantes del diseño

Budynas and Nisbett (2012) resaltan la importancia de los siguientes aspectos durante el proceso de diseño:

 Herramientas y recursos de diseño: Los software de diseño son herramientas de gran capacidad para diseñar, analizar y simular componentes mecánicos. Además, se cuenta con mucha información técnica en bibliotecas, fuentes gubernamentales, sociedades profesionales y en general en internet.

- Responsabilidad del ingeniero: El ingeniero debe ser capaz de satisfacer las necesidades del cliente o del público meta de forma competente, responsable, ética y profesional. Además, es imperativo que se cuente con buenas prácticas de comunicación para poder transmitir la información del diseño de manera eficiente. Todos los profesionales tiene la responsabilidad de mantenerse actualizados en los campos de conocimiento pertinentes.
- Normas y códigos: Una norma es un conjunto de especificaciones de dimensiones, materiales y procesos para lograr uniformidad en el diseño de una pieza específica. Un código procura lograr un grado específico de seguridad, eficiencia y calidad.
- Aspectos económicos: El costo tiene una función importante en el proceso de diseño.
   Este puede variar por la cantidad de producción, tolerancias, tamaño de las piezas y velocidad de las líneas de ensamble. Es necesario realizar un análisis económico del diseño con el fin de determinar su rentabilidad en el mercado.

#### 2.4.2. Materiales

#### Resistencia y rigidez del material

Una forma para obtener la resistencia de los materiales es la probeta de ensayo. En la figura 2.22 se muestra una probeta de tensión típica donde  $d_0$  es el diámetro original,  $l_0$  es la longitud de la probeta original y P es la carga aplicada.



Figura 2.22: Probeta típica para ensayo de tensión (Budynas and Nisbett, 2012)

El esfuerzo normal sobre la probeta se define según la ecuación 2.7

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \tag{2.7}$$

Donde:  $\sigma$  = Esfuerzo normal, Pa P = Carga aplicada, N  $A_0$  = área original de la probeta, m

La deflexión se define por l- $l_0$ , donde l es la longitud de la probeta después de aplicar la fuera P. La deformación unitaria normal se calcula con la ecuación 2.9:

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \tag{2.8}$$

Donde:

 $l_0 = {\rm Longitud}$ original de la probeta antes de aplicar la fuerza de tensión, m

l=Longitud de la probeta después de aplicar la fuerza de tensión, m

 $\epsilon = deformación unitaria normal$ 

Los resultados de la prueba se plasman en un diagrama esfuerzo-deformación unitaria como el que se muestra en la figura 2.23.



Figura 2.23: Diagrama de esfuerzo-deformación unitaria que se obtiene de la prueba de tensión estándar en un material dúctil (Budynas and Nisbett, 2012)

En el diagrama de la figura 2.23, el punto pl representa el límite de proporcionalidad. Hasta ese valor se encuentra el rango elástico del material, donde la deformación es lineal y obedece a la ley de Hook de la ecuación 2.9:

$$\sigma = E\epsilon \tag{2.9}$$

Donde:

 $\sigma$  = Esfuerzo normal, Pa

E = Módulo de Young, Pa

 $\epsilon =$  deformación unitaria normal

El módulo de Young es una constante de proporcionalidad y mide la rigidez de un material. El valor de E es característico del material, sin importar el tratamiento térmico, el contenido de carbono o la aleación.

El punto *el* de la figura 2.23 es el límite elástico que representa el límite donde termina la deformación elástica y comienza la deformación plástica del material. A partir de esto punto, el material se deforma permanentemente.  $S_y$  es el esfuerzo de fluencia y corresponde al esfuerzo de la probeta a una deformación unitaria de  $\epsilon = 0,002$ . La resistencia última  $S_{ut}$ es el esfuerzo máximo que alcanza la probeta. Más allá del esfuerzo último ocurre la fractura en el punto f de la figura 2.23.

Existen muchos otros factores, además de esfuerzo y deformación, que son importantes en el proceso de diseño de piezas mecánicas y selección de materiales. Algunos de ellos son la temperatura y la resistencia a la corrosión. No se extenderá acerca de estos factores, ya que el análisis mecánico que se le hará a las máquinas biosaludables será de esfuerzo y deformación.

#### Material dúctil

Beer et al. (2010b) indican que los materiales dúctiles se deforman axialmente de tal

forma que aumenta su longitud linealmente con la carga. Al alcanzar el esfuerzo de fluencia, los materiales dúctiles comienzan a deformarse mucho con un incremento de carga pequeño hasta el punto donde se comienza a generar una garganta y llega a fracturarse. La fractura de un material dúctil ocurre a un ángulo de 45 grados, por lo cual se concluye que el material falla por cortante. El acero estructural es un ejemplo de material dúctil.

#### Material frágil

Según Beer et al. (2010b), los materiales frágiles se fracturan con poca deformación. La principal razón de falla de un material frágil es el esfuerzo normal, ya que se fractura a lo largo de una superficie perpendicular a la carga. Algunos ejemplos de materiales frágiles son vidrio, hierro colado y piedra.

# 2.4.3. Cinemática

La cinemática es una rama de la mecánica que describe el movimiento de los objetos. Trata de aspectos geométricos del movimiento de una partícula que se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea. La cinemática se caracteriza al especificar en cualquier instante la posición, velocidad y aceleración. El análisis cinemático simula y evalúa el movimiento del mecanismo en estudio que es gobernado por motores cinemáticos. Un análisis cinemático permite obtener información sobre la posición, velocidad y aceleración de entidades geométricas y conexiones, también permite obtener información respecto a la interferencia entre componentes, las curvas trazadas del movimiento del mecanismo y las envolventes de movimiento que capturan el movimiento del mismo como una pieza.(PTC, sf)(Hibbeler, 2010)

#### 2.4.4. Cinética

Se conoce la cinética como una rama de la dinámica que relaciona el cambio de movimiento de un cuerpo con las fuerzas que lo provocan basándose en la segunda ley de Newton, la cual que establece que al actuar una fuerza desbalanceada sobre una partícula, ésta obtendrá aceleración en la misma dirección de la fuerza y con una magnitud proporcional a la fuerza. (Hibbeler, 2010)

La energía cinética es una forma de energía perteneciente a una partícula u objeto a razón de su movimiento, es una propiedad del mismo y no solo depende de su desplazamiento sino también de su masa. El trabajo es energía que al aplicar una fuerza es transferida a un objeto, esto provoca que la velocidad del objeto aumente haciendo que gane energía cinética. La energía cinética está dada por la ecuación 2.10 (Ecyclopedia Britannica, 2019).

$$U = \frac{mv^2}{2} \tag{2.10}$$

Donde: m = masa, kg v = velocidad, m/sU = energía cinética, J

Cadena cinemática desmodrómica está definida por Mencía (2019) como "agrupación de varios eslabones unidos por medio de pares cinemáticos que posibilitan el movimiento relativo entre dichos eslabones.", también es definida por Arceo (2017) como "si un eslabón se mantiene

fijo y otro se mueve, todos los puntos de los restantes eslabones se moverán siempre siguiendo la misma trayectoria , independientemente del número de veces que se repita el ejercicio".

# 2.4.5. Grado de libertad

El autor Arceo (2017) define grado de libertad como "número de parámetros de entrada independientes que son necesarios conocer para llevar al mecanismo a una posición en particular."

#### 2.4.6. Trabajo de una fuerza

Parte de las variables que se utilizarán en este trabajo final de graduación para la evaluación de la eficiencia de las máquinas biosaludables utilizadas es el trabajo de una fuerza.

El trabajo de una fuerza es definido por Hibbeler (2010) como "una fuerza F realizará trabajo en un partícula sólo cuando ésta sufra un desplazamiento en la dirección de la fuerzaçomo por ejemplo, cuando una fuerza F determinada hace que una partícula se desplace a lo largo de una trayectoria s haciendo que adquiera una nueva posición pasando de r a r'. El trabajo está representado por la ecuación 2.11, la figura 2.24 puede ayudar a ejemplificar lo anteriormente descrito.

$$dU = F \, ds \, \cos\theta \tag{2.11}$$

Donde: dU = trabajo, J F = fuerza, N  $\theta =$  ángulo entre la dirección de la fuerza F, <sup>0</sup> ds = desplazamiento, m





Hay que tener en cuenta que si el valor de  $\theta$  está entre 0<sup>0</sup> y 90<sup>0</sup>, la componente de la fuerza y desplazamiento tienen el mismo sentido y por lo tanto ese trabajo es positivo pero si  $\theta$  se

encuentra entre  $90^0$  y  $180^0$ , el valor del trabajo es negativo. Además, dU equivale a cero si la fuerza está en dirección perpendicular al desplazamiento, (si  $cos90^0 = 0$ ) o en caso de que la fuerza sea aplicada en un punto fijo donde el desplazamiento será cero.(Hibbeler, 2010).

En caso de que exista una fuerza variable, el cálculo del trabajo se realiza por medio de la integral representada en la ecuación 2.12, esto debido a que la fuerza necesaria para mover el objeto, cambia al variar la posición del mismo. Por ejemplo, la fuerza para comprimir un resorte la cual incrementa conforme éste se comprime (Augusto, 2018). El área bajo la gráfica limitada por la trayectoria entre  $s_1$  y  $s_2$  representa el trabajo total

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot dr = \int_{s_1}^{s_2} F \cos\theta \, ds \tag{2.12}$$

Los autores Bedford and Fowler (2008) describen el principio de trabajo y energía como el cambio de energía cinética cuando un objeto se mueve entre dos posiciones. Esta definición se encuentra expuesta en la ecuación 2.13. Los autores mencionan que se puede aplicar este principio a un sistema de objetos, "igualando el trabajo total realizado por la fuerzas externas con el cambio en la energía cinética total del sistema", sin embargo la incidencia de de fuerzas internas pueden también realizar trabajo neto sobre el sistema por lo que también hay que tomarlas en consideración.

$$U_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \sum F \cdot dr = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$
(2.13)

Donde:

U = trabajo, J F = fuerza, N m = masa, kg dr = desplazamiento, mv = velocidad, m/s

Por lo tanto el trabajo sobre un cuerpo puede definirse como la fuerza externa total que actúa sobre el centro de gravedad de un cuerpo haciendo que éste se desplace de un punto  $r_1$  a un punto  $r_2$  y está definido por la ecuación 2.12 (Bedford and Fowler, 2008).

#### 2.4.7. Mecánica Lagrangiana

El método más usual para resolver problemas en dinámica es la utilización de la mecánica Newtoniana. Primero consta de dibujar un diagrama claro del sistema, marcar las fuerzas y las aceleraciones y aplicar la ecuación 2.14 en dos diferentes direcciones si el sistema es bidimensional y en tres direcciones si el sistema es tridimensional, seguidamente la suma de momentos mediante la ecuación 2.15 en caso de que los torques sean involucrados. En conclusión, se tienen una o más ecuaciones diferenciales de movimiento que se deben integrar respecto al espacio o tiempo para encontrar la solución deseada (Tatum, 2019).

$$F = ma \tag{2.14}$$

$$\tau = I\ddot{\theta} \tag{2.15}$$

Cuando la mecánica newtoniana se torna difícil de usar, se puede aplicar la mecánica lagrangiana que permite encontrar las ecuaciones de movimiento con más facilidad para sistemas no conservativos. La mecánica lagrangiana se utiliza realizando un diagrama claro del sistema, en este caso no se dibujan las fuerzas y aceleraciones sino vectores de velocidad permitiendo así describir la energía cinética del sistema. Si existen fuerzas conservativas tales como la gravedad, los resortes y cuerdas tensadas, se describen las mismas como energía potencial. Seguidamente se escriben las ecuaciones lagrangianas de movimiento para cada coordenada (Tatum, 2019) (Señales y Sistemas, 2018).

Como se mencionó anteriormente, las ecuaciones de Euler-Lagrange consideran la combinación de la energía cinética y potencial representado en la ecuación 2.17 (Morin, 2007).

$$L \equiv U - V \tag{2.16}$$

Donde:

$$\begin{split} \mathbf{L} &= \mathbf{lagrangiano} \\ \mathbf{U} &= \mathbf{energ}\mathbf{i}\mathbf{a} \ \mathbf{cin}\mathbf{\acute{e}tica} \\ \mathbf{V} &= \mathbf{energ}\mathbf{i}\mathbf{a} \ \mathbf{potencial} \end{split}$$

Ambos métodos, newtoniano y lagrangiano, producen las mismas ecuaciones, sin embargo con problemas que relacionan más de una variable, resulta más sencillo el cálculo de la energía cinética y potencial en opocisión a calcular todas las fuerzas y además al no tener que lidiar con vectores puede evitar confusiones y ellos apuntan en varias direcciones (Morin, 2007). Cabe mencionar que las ecuaciones Euler-Lagrange tienen la siguiente forma (ver ecuación 2.17) (Señales y Sistemas, 2018).

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \tau \tag{2.17}$$

Donde:

 $\pounds = lagrangiano$ 

 $\dot{q}$  = velocidad de la coordenada generalizada

q =coordenada generalizada

 $\tau =$ fuerzas externas

# 2.5. Software

La ingeniería asistida por computadora (CEA) implica todas las aplicaciones de ingeniería que usan las computadoras como ayuda (Budynas and Nisbett, 2012). El software para diseño asistido por computadora es un subconjunto del CAE. Los software CAD permiten el desarrollo de modelos de dos y tres dimensiones a partir de los cuales se pueden generar prototipos, planos, vistas laterales, animaciones, entre otros. Además, permiten hacer cálculos rápidos de masa, inercia y área total del elemento que se haya dibujado. Para la elaboración de los objetivos propuestos, se utilizarán principalmente tres softwares: Solidworks, ANSYS y Working Model.

#### 2.5.1. Solidworks

Solidworks es un software de diseño asistido por computadora para modelado mecánico en 2D y 3D. Fue desarrollado por SolidWorks Corp. Este programa permite modelar piezas y ensambles, de los cuales se pueden generar planos mecánicos. En la siguiente figura, se muestra un ejemplo de un modelo de una máquina de ejercicio de un gimnasio tradicional realizado con el software Solidworks.



Figura 2.25: Ejemplo de modelado en Solidworks (R.O.L Designs, 2019)

# 2.5.2. ANSYS

ANSYS es un software de simulación de situaciones en ingeniería. Es capaz de modelar estructuras y fluidos. En este caso se estará utilizando solamente análisis estructural por medio del paquete ANSYS MECHANICAL para las máquinas biosaludables. El análisis estructural se realiza por medio de la teoría de elemento finito (ANSYS Inc, 2020).

El programa está dividido en tres etapas principales: pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento. El pre-procesamiento consiste en definir la geometría y las condiciones que rigen el problema, con el fin de construir una malla para simular la situación. El procesamiento consiste de un solucionador de problemas que discretiza las ecuaciones diferenciales que describen el sistema y calcula la solución aproximada. Y por último, el post-procesamiento consiste en que el usuario analiza la solución (Licks, 2020). El programa da resultados en torno a las deformaciones, esfuerzos, factor de seguridad, fuerzas de reacción, pandeo, etc. En la siguiente figura, se muestra un ejemplo de simulación de la deformación de un soporte realizada por el software ANSYS.



Figura 2.26: Simulación de un soporte por medio de ANSYS (Elaboración propia)

# Deformación total

Provee de información útil sobre dónde se puede generar las deformaciones totales en partes discretas del ensamble, puede ser calculada sobre y dentro de la pieza de un ensamble. Los puntos que no tienen un suporte fijo, usualmente experimentan deformaciones relativas a la localización original. (ANSYSHelp, 2021)

# Capítulo 3

# Modelo cinemático

La primera etapa del análisis de las máquinas biosaludables consiste en generar un modelo cinemático de cada equipo que permita describir la posición, la velocidad y la aceleración de los eslabones de cada máquina. Es importante mencionar, que cada mecanismo es distinto, por lo que la metodología de análisis para cada uno varía.

# 3.1. Ascensor

# 3.1.1. Descripción del mecanismo

La primer máquina a analizar es el ascensor. El ascensor se puede observar en la figura 3.1. Como se describió anteriormente, el ascensor se encarga de ejercitar los músculos de la espalda del usuario. En las siguientes secciones se presentará el análisis cinemático y cinético correspondiente a ésta máquina.



Figura 3.1: Máquina biosaludable tipo Ascensor (Jiménez, 2020)

#### Entrada de movimiento

Se deben tomar varias consideraciones a la hora de construir el modelo cinemático y cinético de la máquina tipo Ascensor. La primera es que se debe definir la función de entrada del movimiento. Ésta será de tipo sinusoidal ya que, al ejercitarse, la máquina sigue una trayectoria oscilante. Una vez definido el ángulo de entrada en función del tiempo se realiza un análisis geométrico para conocer la posición de cada eslabón y de cada centro de gravedad en todo momento en función del ángulo de entrada. Con la posición de los eslabones y de los centros de gravedad conocidas, se requiere de un análisis cinemático para definir las velocidades y aceleraciones de los eslabones.La función dependiente del tiempo que caracteriza el ángulo de entrada  $\theta_1$  se puede observar en la ecuación 3.1.

$$\theta_1(t) = A * \sin(\omega t + \phi) + C \tag{3.1}$$

Donde:

A = amplitud, rad  $\omega$  = frecuencia, rad t = tiempo, s  $\phi$  = ángulo de fase, rad C = constante algebraica, rad

Para conocer la amplitud del movimiento, se utiliza el programa Kinovea. Con este programa es posible analizar la la posición inicial y final del mecanismo a partir de un video generado el movimiento de la máquina. Por lo tanto, se conoce el ángulo máximo del movimiento  $\theta_{max}=22^{\circ}$ . La amplitud del movimiento se obtiene de la mitad del ángulo máximo del movimiento, por lo que la amplitud tiene un valor de 11°. La frecuencia del movimiento se obtiene a partir del periodo ( $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ). En este caso se definió el periodo como T=2s. Para conocer el ángulo de fase y la constante algebraica se deben aplicar las condiciones iniciales en la ecuación 3.1. Las condiciones iniciales para este movimiento se muestran en la ecuación 3.2. Estas condiciones iniciales surgen de que al inicio y a mediados del ciclo la velocidad del eslabón es 0.

$$\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(\frac{T}{2}) = 0 \tag{3.2}$$

Para poder aplicar las condiciones iniciales, se deben obtener las ecuaciones derivadas una y dos veces para conocer la velocidad y la aceleración. Las ecuaciones derivadas se muestran en las siguientes ecuaciones

$$\dot{\theta}_1(t) = \frac{\theta_{max}\pi}{T_p} \cos(\frac{2\pi}{T_p}t + \phi)$$
(3.3)

$$\ddot{\theta}_1(t) = \frac{-2\theta_{max}\pi^2}{T_p^2}\cos(\frac{2\pi}{T_p}t + \phi)$$
(3.4)

Una vez aplicadas las condiciones iniciales y sustituidos los valores de las variables, se obtiene que el ángulo de fase tiene un valor de  $\phi = \frac{-\pi}{2}$ , y la constante algebraica tiene un valor de  $C = \frac{3\theta_{min} - \theta_{max}}{2}$ .

#### Centro de masa

Como parte del análisis cinemático, se requiere conocer las posiciones, velocidades y aceleraciones de los centros de masa de cada uno de los eslabones. Para esto, es necesario ubicar el centro de masa de los eslabones. Este cálculo se hace por medio del programa SolidWorks, en el cual es necesario tomar algunas consideraciones

- El material elegido es acero galvanizado
- Se consideran tubos huecos cédula 80

Se obtienen los siguientes centros de masa, además se muestra la longitud de cada eslabón

Figura 3.2: Diagrama del mecanismo tipo ascensor (Elaboración propia)

En el siguiente cuadro, se especifican las magnitudes de las posiciones iniciales con respecto al punto A y la longitud de los eslabones, así como la masa de los mismos

	Posicio	ones (m)	Longitud de eslabones (m)		Masa (kg)
Punto	х	У			
A	0	0	AB	$0,\!172$	$13,\!571$
В	0,097	0,141	BC	0,994	16,953
С	0,294	$1,\!055$	CD	0,207	24,608
D	0,092	1,114	DA	1,095	
G2	0,217	0,026	AG2	0,217	
G3	0,095	0,599	BG3	0,606	
G4	0,192	$1,\!180$	DG4	$1,\!195$	

Cuadro 3.1: Posiciones iniciales respecto al punto A y la longitud y masa de los eslabones

Además de un análisis de posiciones del mecanismo como tal, se debe realizar un análisis de posiciones del movimiento de la persona. Esto se lleva a cabo tomando los segmentos del hombro al codo (brazo) y del codo a la mano (antebrazo) como eslabones. La siguiente figura muestra como se analiza la sección del movimiento del cuerpo en relación con la máquina.



Figura 3.3: Diagrama del mecanismo tipo ascensor (Elaboración propia)

En la figura anterior se puede ver cómo se agregaron los puntos M, K y H. Estos corresponden a la mano, el codo y el hombro, respectivamente. Cada uno de estos eslabones cuenta con ángulos asociados a los mismos. Además, en el cuadro 3.2 se muestran las longitudes de estos segmentos. Estas longitudes fueron tomadas del análisis antropométrico, el cual se desarrolla en la siguiente sección. También es importante mencionar que el ángulo  $\phi$  que se observa en el punto C corresponde al desfase que sufre el punto H con respecto al punto C, es un valor constante de 57°.

Cuadro 3.2: Longitud de los segmentos corporales (Tomado de Avila-Chaurand et al. (2007))

Eslabón	Longitud (m)
CH (punto C-hombro)	$0,\!613$
HK (hombro-codo)	0,321
KM (codo-mano)	0,233
AM (punto A-mano)	0,758

## 3.1.2. Estudio cinemático

## Análisis de posiciones

Para iniciar el análisis cinemático, se simplifica la figura 3.2 de la siguiente manera.



Figura 3.4: Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor (Elaboración propia)

Este mecanismo se analiza como un mecanismo de 4 barras, en donde la entrada del movimiento se ubica en el eslabón AB y la bancada se ubica entre los puntos A y D. Al ser un mecanismo de 4 barras se pueden aplicar las leyes de senos y cosenos para definir todos los ángulos con respecto al ángulo inicial. De esta manera se trazan dos triángulos, el triángulo ABD y el triángulo BCD como se muestra en la figura 3.4.

En esta figura se puede observar el ángulo  $\theta_1 y \theta'_1$ . Su diferencia radica en que el ángulo  $\theta'_1$  define la posición del eslabón AB con respecto a la vertical , mientras que  $\theta_1$  define la posición del eslabón AB con respecto a la bancada. La bancada posee una posición fija, por lo que se puede saber su desfase con la vertical, el cual corresponde a 5°. Este desfase es de gran importancia ya que se va a tomar en cuenta a la hora de calcular algunos de los ángulos a continuación. Por lo tanto, en la siguiente ecuación se muestra la relación entre  $\theta_1^1 y \theta_1$ .

$$\theta_1^1 = \theta_1 - 5^\circ \tag{3.5}$$

Primero se analiza el triángulo ABD. Aplicando la ley de senos se obtiene que la función que define el comportamiento de  $\theta_2$  es la siguiente:

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{AB \sin \theta_1}{BD} \right) \tag{3.6}$$

Sin embargo, la longitud BD a la cual hace referencia la ecuación 3.6 no ha sido definida, por lo que se utiliza la ley de cosenos para definirla de la siguiente manera.

$$BD^{2} = AD^{2} + AB^{2} - 2(AD)(AB)\cos\theta_{1}$$
(3.7)

Por último, se define la función para  $\theta_3$  simplemente tomando en cuenta el desfase de 5° con la vertical que sufre  $\theta_2$ .

$$\theta_3 = \theta_2 + 5^{\circ} \tag{3.8}$$

Luego, se analiza el triángulo BCD de utilizando las mismas funciones trigonométricas. Primero, utilizando la ley de cosenos se despeja el valor de  $\theta_4$ .

$$\theta_4 = \cos^{-1}\left(\frac{BC^2 + BD^2 - CD^2}{2(BC)(BD)}\right)$$
(3.9)

A partir de  $\theta_4$  se puede definir el valor de  $\theta_5$  y de  $\theta_6$  como se muestra en las ecuaciones 3.10 y 3.11.

$$\theta_5 = \theta_3 + \theta_4 \tag{3.10}$$

$$\theta_6 = \sin^{-1} \left( \frac{BD \sin \theta_4}{DC} \right) \tag{3.11}$$

Por último, se definen las funciones para los ángulos  $\theta_7$  y  $\theta_8$  como se muestra en las siguientes ecuaciones.

$$\theta_7 = 180 - \theta_4 - \theta_6 \tag{3.12}$$

$$\theta_8 = \theta_7 - \theta_3 \tag{3.13}$$

Para conocer la posición de todos los puntos con respecto al punto A, se desarrollan las siguientes ecuaciones:

Punto	Ecuación		
Ax	0		
Ay	0		
$\mathbf{B}\mathbf{x}$	$\mathrm{ABsin} heta_1'$		
By	$ ext{ABcos} heta_1'$		
$\mathbf{C}\mathbf{x}$	-Bx+BCsin $\theta_5$		
Cy	-By-BC $\cos\theta_5$		
Dx	$ADsin\theta_5$		
Dy	$ADcos\theta_5$		

Además, se requiere conocer la posición de los centros de masa, por lo que se debe de tomar en cuenta un ángulo de desfase con respecto a cada eslabón. Este ángulo  $\phi$  se calcula utilizando los datos del cuadro 3.1.

Para la posición de G2 se obtiene de la siguiente ecuación

$$\phi = \arctan\left(\frac{x}{y}\right) + 90^{\circ} + \theta_1' \tag{3.14}$$

Donde las magnitudes x y y se obtienen del cuadro 3.1.

La posición de G3 se encuentra sobre el eslabón BC, por lo que su ángulo de desfase es  $\theta_5$ Por último, para conocer la posición de G4 también se debe tomar en cuenta un ángulo de desfase. En este caso se va a calcular el ángulo con respecto al punto D. Al igual que con G2, los datos se obtienen de la tabla 3.1 y se obtiene el ángulo de desfase de la siguiente manera

$$\phi = \arctan\left(\frac{x}{y}\right) + \theta_8 \tag{3.15}$$

Una vez obtenidas las longitudes de los segmentos corporales, se puede comenzar a realizar el análisis de posiciones para estos puntos. En la figura 3.5 se muestra el diagrama simplificado del mecanismo al agregarle la persona. Se incluyen los puntos K, M y H como parte del diagrama.



Figura 3.5: Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor incluyendo eslabones del usuario (Elaboración propia)

El punto H, se mueve con la misma velocidad y en la misma proporción que el punto C, ya que corresponde al hombro de la persona, el cual siempre va a estar apoyado sobre el punto C. La posición del punto H se obtiene a partir de las siguientes ecuaciones (con respecto al punto A):

$$H_x = -AB\sin\theta'_1 + BC\sin\theta_5 + CH\cos\phi_1 \tag{3.16}$$

$$H_y = -AB\cos\theta'_1 - BC\cos\theta_5 + CH\sin\phi_1 \tag{3.17}$$

$$AH = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}$$
 (3.18)

Una vez conocida la posición de H en función del ángulo de entrada, se puede calcular el comportamiento del ángulo  $\beta_2$  con la siguiente ecuación.

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{H_y}{H_x}\right) \tag{3.19}$$

Seguidamente, se traza un triángulo AMH para conocer las siguientes variables: Primero, se calcula el ángulo  $\beta_3$  con la siguiente ecuación.

$$\beta_3 = \beta_2 - (\theta_1' - \theta_{inicial}) \tag{3.20}$$

Luego, se despeja el valor de MH y  $\beta_4$  a partir de aplicar ley de cosenos en el triángulo AMH de la siguiente manera.

$$MH^{2} = AM^{2} + AH^{2} - 2(AM)(AH)\cos\beta_{3}$$
(3.21)

$$AM^{2} = HM^{2} + AH^{2} - 2(HM)(AH)\cos\beta_{4}$$
(3.22)

Seguidamente, se traza un triángulo HMK para encontrar el valor de  $\beta_5$ a partir de ley de cosenos.

$$MK^{2} = KH^{2} + HM^{2} - 2(HK)(HM)\cos\beta_{5}$$
(3.23)

Por último, se aplica ley de senos en el triángulo HMK para encontrar el valor de  $\beta_6$ .

$$\frac{HK}{\sin\beta_6} = \frac{MK}{\sin\beta_5} \tag{3.24}$$

Y además, se construye un triángulo rectángulo entre la vertical y MK para encontrar el valor de  $\beta_7$ .

$$\beta_7 = \sin^{-1} \left( \frac{M_X}{HM} \right) \tag{3.25}$$

#### Análisis de velocidades

El análisis de velocidades se realiza tomando en cuenta las velocidades absolutas y relativas de cada punto, asumiendo que la entrada de movimiento se da en el eslabón AB y está definida por la ecuación 3.3. Los vectores de las velocidades de cada punto y de cada centro de masa se pueden observar en la siguiente figura.



Figura 3.6: Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor con los vectores de velocidad (Elaboración propia)

Primero, se analiza las velocidades del eslabón BC de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{C/B}}$$
(3.26)

Donde las velocidades tienen las siguientes magnitudes y direcciones:

- $\overrightarrow{V_B} = \omega_1 AB \searrow \theta'_1$  con respecto a x+
- $\overrightarrow{V_C} = \omega_3 \mathrm{DC} \nwarrow \theta_8$  con respecto a x-
- $\overrightarrow{V_{CB}} = \omega_2 \text{BC} \nearrow \theta_5$  con respecto a y+

De la ecuación 3.26 se despejan las velocidades angulares  $\omega_2$  y  $\omega_3$ 

$$\omega_2 = \frac{-\theta_3 DC \cos \theta_8 - \omega_1 AB \cos \theta_1'}{BC \sin \theta_5} \tag{3.27}$$

$$\omega_3 = \frac{-\omega_1 AB \sin \theta_1' BC \sin \theta_5 - \omega_1 AB^2 \cos \theta_1' \cos \theta_5}{DC \sin \theta_8 \sin \theta_5 BC + AB \cos \theta_5 \cos \theta_8 DC}$$
(3.28)

Con las ecuaciones anteriores ya se conoce la magnitud de las velocidades angulares para cada eslabón. Tomando en cuenta el ángulo de desfase y las velocidades angulares es posible calcular las velocidades de los centros de masa de la siguiente manera.

$$V_{G2} = \omega_1 G_2 \searrow \phi \text{ con respecto a x+}$$
(3.29)

$$V_{G3} = \omega_3 G_3 \nearrow \theta_5 \text{ con respecto a x+}$$
(3.30)

$$V_{G4} = \omega_3 G_4 \nwarrow \theta_8 \text{ con respecto a x-}$$
(3.31)

De esta manera, ya quedarían definidas las velocidades en cualquier punto del mecanismo para los eslabones y para los centros de gravedad.

Con respecto a las velocidades de los segmentos corporales, se analizan de manera muy similar.

Primero, se define la velocidad del punto K como se muestra a continuación:

$$\overrightarrow{V_K} = \overrightarrow{V_M} + \overrightarrow{V_{K/M}}$$
(3.32)

Donde las velocidades tienen las siguientes magnitudes y direcciones:

- $\overrightarrow{V_H} = \omega_4 \text{AM} \nearrow \theta_1 \theta_i$  con respecto a y+
- $\overrightarrow{V_K} = \omega_5 \text{HK} \land \beta_1$  con respecto a y+
- $\overrightarrow{V_{KM}} = \omega_6 \text{KM} \lesssim \beta_8 \text{ con respecto a y+}$

De la ecuación 3.32 se despejan las velocidades angulares  $\omega_5$  y  $\omega_6$ , es importante mencionar que la velocidad  $\omega_4$  que se refiere en la ecuación anterior, tiene la misma magnitud que la velocidad  $\omega_1$  ya que pertenecen al mismo eslabón ABM.

$$\omega_5 = \frac{\omega_4 AM \cos(\theta_1 - \theta_i) + \omega_6 KM \cos \beta_8}{HK \cos \beta_1}$$
(3.33)

$$\omega_6 = \frac{\omega 4AM\sin(\theta_1 - \theta_i) + \omega_4 AM\cos(\theta_1 - \theta_i)\tan\beta_1}{-KM\cos\beta_8\tan\beta_1 + KM\sin\beta_8}$$
(3.34)

De esta manera, ya quedarían definidas las velocidades angulares de los segmentos corporales y se puede construir el siguiente gráfico para observar el comportamiento de cada una de las velocidades angulares



Figura 3.7: Gráfico de velocidades angulares (Elaboración propia)

# Análisis de aceleraciones

El análisis de aceleraciones se realiza de la misma manera que el análisis de velocidades, tomando en cuenta las aceleraciones absolutas y relativas de cada punto. La entrada de movimiento se ubica en el eslabón AB y está definida por la ecuación 3.4. Los vectores de las aceleraciones de cada punto y de cada centro de masa se pueden observar en la siguiente figura:



Figura 3.8: Diagrama simplificado del mecanismo tipo ascensor con los vectores de aceleración (Elaboración propia)

El análisis de aceleraciones inicia definiendo las aceleraciones de B, C y C/B de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{C/B} \tag{3.35}$$

En donde los vectores tienen las siguientes magnitudes y direcciones

- $\overrightarrow{a_B} = \omega_1^2 AB \nearrow \theta_1'$  con respecto a y+;  $\alpha_1 AB \nearrow \theta_1'$  con respecto a x-
- $\overrightarrow{a_C} = a_n : \omega^2 CD_{\swarrow} \theta_8$  con respecto a y-;  $a_t : \alpha_3 CD^{\nwarrow} \theta_8$  con respecto a x-
- $\overrightarrow{a_{C/B}} = a_n : \omega_2^2 CB \land \theta_5$  con respecto a x-;  $a_t : \alpha_2 CB \nearrow \theta_5$  con respecto a y+

Al sustituir las aceleraciones anteriores en la ecuación 3.35 se obtienen las aceleraciones angulares  $\alpha_2$  y  $\alpha_4$  como se muestra a continuación:

$$\alpha_2 = \frac{-\omega^2 CD \sin \theta_8 - \alpha CD \cos \theta_8 - \omega_1^2 AB \sin \theta_1' + \omega_2^2 CB \cos \theta_5}{CB \sin \theta_5}$$
(3.36)

$$\alpha_3 = \frac{\omega_1^2 AB \cos \theta_1^{\prime} \sin \theta_5 + \omega_2^2 CB \sin^2 \theta_5 - \omega_3^2 CB \cos \theta_5 \sin \theta_8 - \omega_1^2 AB \sin \theta_1^{\prime} \cos \theta_5 + \omega_2^2 CB \cos^2 \theta_5 + \omega_3^2 CD \sin \theta_8 \sin \theta_5}{CD \sin \theta_8 \sin \theta_5 + CD \cos \theta_5 \cos \theta_8}$$

Una vez definidos  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  se pueden obtener las aceleraciones en B, C y los centros de gravedad como se muestra a continuación

$$a_{G2} = \omega_1^2 G_2 \nearrow \phi \text{ con respecto a y+} + \alpha_1 G_2 \nwarrow \phi \text{ con respecto a x-}$$
(3.37)

$$a_{G3} = \omega_2^2 G_3 \nwarrow \theta_5 \text{ con respecto a } y + \alpha_2 G_3 \nearrow \theta_5 \text{ con respecto a } x + \qquad (3.38)$$

$$a_{G4} = \omega_3^2 G_4 \swarrow (\theta_8 + \phi_2)$$
 con respecto a y- +  $\alpha G_4 \swarrow (\theta_8 + \phi_2)$  con respecto a x- (3.39)

De esta manera ya estarían definidas las velocidades y aceleraciones para todos los centros de masa del sistema.

Con respecto a las velocidades de los segmentos del brazo y el antebrazo, se analizan de manera muy similar

Se define la velocidad del punto K a continuación

$$\overrightarrow{a_K} = \overrightarrow{a_M} + \overrightarrow{K/M} \tag{3.40}$$

En donde los vectores tienen las siguientes magnitudes y direcciones

- $\overrightarrow{a_M} = \omega_4^2 \text{AM} \land \theta_1 \theta_i$  con respecto a x-;  $\alpha_4 \text{AM} \nearrow \theta_1 \theta_i$  con respecto a y+
- $\overrightarrow{a_K} = a_n : \omega_5^2 \text{HK} \swarrow \theta_8$  con respecto a x-;  $a_t : \alpha_5 \text{HK} \nwarrow \beta_1$  con respecto a y+
- $\overrightarrow{a_{K/M}} = a_n : \omega_6^2 \text{KM} \swarrow \beta_8$  con respecto a x-;  $a_t : \alpha_6 \text{KM} \backsim \beta_8$  con respecto a y+

Al sustituir las ecuaciones anteriores en la ecuación 3.40, se obtienen las aceleraciones angulares  $\alpha_5$  y  $\alpha_6$ . Es importante mencionar que, al igual que las velocidades, la aceleración  $\alpha_4$  tiene la misma magnitud y dirección que  $\alpha_1$  ya que corresponden al mismo eslabón. Las ecuaciones que rigen el comportamiento de las aceleraciones angulares se muestran a continuación

$$\alpha_6 = \frac{\omega_5^2 H K \cos\beta_1 + \alpha_5 H K \sin\beta_1 - \omega_4^2 A M \cos(\theta_1 - \theta_i) + \alpha_4 A M \sin(\theta_1 - \theta_i) - \omega_6^2 K M \cos\beta_8}{K M \sin\beta_8}$$
(3.41)

$$\alpha_{5} = -\omega_{5}^{2}HK \sin\beta_{1} \tan\beta_{8} + \omega_{4}^{2}AM \sin(\theta_{1} - \theta_{i}) \tan\beta_{8} + \alpha_{4}AM \cos(\theta_{1} - \theta_{i}) \tan\beta_{8} - \omega_{6}^{2}KM \sin\beta_{8} \tan\beta_{8} + \omega_{5}^{2}HK \cos\beta_{1} - \omega_{4}^{2}AM \cos(\theta_{1} - \theta_{i}) + \alpha_{4}AM \sin(\theta_{1} - \theta_{i}) - \omega_{6}^{2}KM \cos\beta_{8}/HK \cos\beta_{1} \tan\beta_{8} - HK \sin\beta_{1}$$

$$(3.42)$$

De esta manera, ya quedarían definidas las aceleraciones angulares para los segmentos corporales, las cuales se utilizarán más adelante en el modelo cinético de la máquina. En la siguiente imagen, se presenta el gráfico del comportamiento de las aceleraciones angulares que rigen el movimiento de cada uno de los eslabones.



Figura 3.9: Gráfico de aceleraciones angulares (Elaboración propia)

# 3.2. Elevador

# 3.2.1. Descripción del mecanismo

En esta sección se presentará el análisis cinemático del Elevador.El diseño que se está tomando como base para dicho análisis se puede observar en la figura 3.10. El modelo es representativo del equipo fabricado por Cicadex. Esta máquina permite ejercitar los músculos pectorales y el deltoides anterior.



Figura 3.10: Máquina biosaludable tipo Elevador (Jiménez, 2020)

#### Entrada de movimiento

El primer paso para realizar el análisis cinemático es generar una ecuación que describa el movimiento de entrada oscilante del mecanismo.

Se define el ángulo de entrada de movimiento como  $\theta_1$ . Este se describe mediante una ecuación sinusoidal, debido al comportamiento oscilante del movimiento de la máquina. La ecuación base de movimiento para el ángulo  $\theta_1$  se presenta por la ecuación 3.43. La misma, caracteriza el movimiento de entrada pero con parámetros adaptados para esta máquina.

$$\theta_1(t) = A * sen(\omega t + \phi) + C \tag{3.43}$$

Donde:

A = amplitud, rad  $\omega$  = frecuencia, rad t = tiempo, s  $\phi$  = ángulo de fase, rad C = constante algebraica, rad

Para el estudio de dicho ángulo, se sigue una metodología semejante a la descrita para la máquina del ascensor. Primero, se aproxima por medio del programa de análisis de video Kinovea, el ángulo mínimo y máximo de desplazamiento permisible por la máquina cuando es utilizada por un usuario en específico. En este caso, se contaba con un video en tres dimensiones generado por Bryan Jiménez Carrano. Este rango va de 0°a 37° definido como ángulo máximo  $\theta_{max}$ . La amplitud se define como la mitad del ángulo máximo, es decir,  $A = 18,5^{\circ}$ . Por otro lado, la frecuencia se toma como  $\omega = 2\pi/T_p$  donde  $T_p$  es el periodo en segundos que toma completar un ciclo completo de movimiento. Para este estudio se asume un periodo  $T_p$  de 2 s.

Mediante el uso de condiciones iniciales en la ecuación 3.43, se puede conocer el ángulo de fase y la constante algebraica C, sin embargo, para conocer estos valores es necesario derivar una y dos veces la ecuación 3.43. En las ecuaciones 3.44 y 3.45 se pueden observar dichas derivadas.

$$\dot{\theta}_1(t) = \frac{\theta_{max}\pi}{T_p} * \cos(\frac{2\pi}{T_p}t + \phi)$$
(3.44)

$$\ddot{\theta}_{1}(t) = \frac{-2\theta_{max}\pi^{2}}{T_{p}^{2}} * sen(\frac{2\pi}{T_{p}}t + \phi)$$
(3.45)

Debido al movimiento oscilante de la máquina, se tienen dos condiciones de frontera que pueden ayudar a determinar el valor del ángulo de fase  $\phi$  y la constante algebraica C;  $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(\frac{T_p}{2}) = 0$ , ya que la velocidad es cero al inicio y a la mitad del movimiento. Lo anterior permite determinar que el ángulo de fase  $\phi$  tiene un valor de  $\pi/2$  y la constante algebraica C tiene un valor de  $\theta_{max}/2$ . Tomando en cuenta lo anterior, la ecuación del ángulo  $\theta_1(t)$  está representada por la ecuación 3.46.

$$\theta_1(t) = \frac{\theta_{max}}{2} * sen(\frac{2\pi}{T_p}t + \frac{\pi}{2}) + \frac{\theta_{max}}{2}$$
(3.46)

#### Centro de masa

En esta sección se realiza un análisis de cada eslabón con el fin de localizar el centro de masa de cada uno, lo cual permitirá conocer la posición, velocidad y aceleración de los mismos. Para el cálculo de la ubicación de los centros de masa se hace uso del programa Solid Works. Debido a que el diseño en tres dimensiones de la figura está repetido dos veces, únicamente se analiza un lado, concretamente el mecanismo derecho y se asume que las fuerzas se comportarán igual para el mecanismo izquierdo. Además, con Solid Works como herramienta es posible obtener la masa e inercia de cada componente. Hay que tener en cuenta que hay datos de la máquina que no se conocen con exactitud, por lo cual es necesario realizar ciertas suposiciones:

- El material elegido es acero galvanizado
- Se consideran tubos huecos cédula 80, NPS 1 1/2

Para este análisis, con el uso de Solid Works se encuentran las coordenadas x y y de cada punto y el centro de masa de cada pieza, su inercia en kg m<sup>2</sup> y su masa en kg. Todos estos datos se resumen en el cuadro 3.3. Cabe destacar que en el eslabón BC se considera el peso del torso y piernas de la persona, datos calculados en la sección 4 de este proyecto.

Cuadro 3.3: Posiciones iniciales respecto al punto A y la longitud y masa de los eslabores (Elaboración propia)

	Posic	ciones	Longitud de eslabones (m)		Masa (kg)
Punto	Х	Y	Longitud de estabolies (III)		Masa (Kg)
А	0	0	AB	0,165	$15,\!83$
В	0,18	-0,07	BC	1,270	113,07
С	$0,\!25$	-1,34	CD	0,228	3,92
D	0.04	-1,26	DA	1,240	
G2	0,33	-0,27	AG2	0,43	
G3	0,45	-0,87	BG3	0,26	
G4	0,13	-1,29	DG4	0,0854	

Al igual que en la sección del Ascensor, es necesario realizar un análisis del movimiento de la persona. Para realizar el análisis se toman los segmentos corporales del hombro al codo (brazo), y del codo a la mano (antebrazo) y se asume que se comportan como eslabones. La forma en que termina conformado este mecanismo se representa en la figura 3.11 donde los puntos M, K y H corresponden a la mano, el codo y el hombro respectivamente. Cada uno de estos eslabones tiene ángulos asociados que ayudan a su descripción. Por último, las longitudes de estos eslabones se encuentran resumidas en el cuadro 3.4.



Figura 3.11: Diagrama del mecanismo tipo Elevador (Elaboración propia)

Eslabón	Longitud (m)
BH (punto B-hombro)	0,690
HK (hombro-codo)	0,338
KM (codo-mano)	0,316
AM (punto A-mano)	1,010

Cuadro 3.4: Longitud de segmentos corporales (Avila-Chaurand et al., 2007)

Seguidamente, se calculan ángulos constantes  $\phi_n$  que tienen como objetivo ser sumados a los ángulos de referencia de cada eslabón (concretamente  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ) ( $\theta_2$  se calculará en la sección 3.2.2) para poder interpretar la ubicación de los puntos de cada eslabón. La posición de estos ángulos está representada en la figura 3.11. Para llevar a cabo esta tarea, mediante el uso de Solid Works se miden dichos ángulos como se muestra en la figura 3.12. Las dimensiones de estos ángulos se encuentran resumidas en el cuadro 3.5.



Figura 3.12: Cálculo de ángulos  $\phi_n$  a partir del uso de Solid Works (a) Ángulo  $\phi_4$ , (b) Ángulo  $\phi_5$  (Jiménez, 2020)

Cuadro 3.5: Medidas de ángulos  $\phi_n$  (Elaboración propia)

Ángulo	Valor ( $^{\circ}$ )
$\phi_1$	18,060
$\phi_2$	$15,\!430$
$\phi_4$	$15,\!230$
$\phi_5$	42,780

Finalmente, Solid Works permite calcular las distancias restantes necesarias para el análisis cinemático, las mismas se encuentran resumidas en el cuadro 3.6.

Cuadro 3.6: Dimensiones de segmentos utilizadas para cálculos posteriores

Segmento	Dimensión (m)	Segmento	Dimensión (m)	Segmento	Dimensión (m)
HK (m)	0,34	BH (m)	$0,\!69$	$KG_5 (m)$	0,30
KM (m)	0,32	AM (m)	1,01	$CG_3(m)$	0,51
AB (m)	0,17	$HG_1 (m)$	0,30	$HG_3 (m)$	0,16
BC (m)	1,27	$AG_2 (m)$	0,43	$BG_2 (m)$	0,26
CD (m)	0,23	$BG_3 (m)$	0,85	$MG_2 (m)$	0,60
DA (m)	1,24	$DG_4$ (m)	0,085		

#### 3.2.2. Estudio cinemático

#### Análisis de posiciones

Para esta sección, el modelo se simplifica a un sistema de cuatro barras con los puntos A, B, C y D y posteriormente se examinarán los puntos faltantes K, M y H y se hace uso de la figura 3.13 como referencia para la localización de ángulos y eslabones del mecanismo.



Figura 3.13: Diagrama de mecanismo de Elevador (Elaboración propia)

Como se mencionó anteriormente, la entrada de movimiento de este mecanismo está dada por  $\theta_1$  que dirige el movimiento del eslabón AB. Los puntos A y D pertenecen a la bancada. Primero, se traza la línea BD con el fin de generar dos triángulos que permitan simplificar la descripción geométrica del sistema. Utilizando ley de cosenos en el triángulo ABD, se obtiene la longitud del eslabón BD. Por ley de senos se obtiene el valor de  $\theta_4$ . Seguidamente, se conoce el valor de todos los lados del triángulo BCD, por lo que por medio de ley de cosenos y senos se encuentra  $\theta_5$  y  $\theta_6$ . Finalmente, con manipulación algebraica se calcula  $\theta_2$  y  $\theta_3$ .

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB * ADcos(\theta_1)}$$
(3.47)

$$\theta_4 = \arccos\left(\frac{ABsen\theta_1}{BD}\right) \tag{3.48}$$

$$\theta_6 = \arccos\left(\frac{DC^2 - BC^2 - BD^2}{-2BC * BD}\right) \tag{3.49}$$

$$\theta_5 = \arcsin\left(\frac{BCsen\theta_6}{DC}\right) \tag{3.50}$$

$$\theta_2 = \theta_6 - \theta_4 \tag{3.51}$$
$$\theta_3 = 180^0 - \theta_4 - \theta_5 \tag{3.52}$$

Una vez que se tiene la descripción geométrica del mecanismo, se realiza un análisis de posiciones para cada punto de interés del sistema así como los centros de masa de cada elemento. A continuación se muestran las ecuaciones de la 3.53 a la 3.66 que describen la posición de los puntos mencionados anteriormente.

$$Ax = 0 \tag{3.53}$$

$$Ay = 0 \tag{3.54}$$

$$Bx = ABsen\theta_1 \tag{3.55}$$

$$By = AB * -\cos\theta_1 \tag{3.56}$$

$$Cx = D + CDsen\theta_3 \tag{3.57}$$

$$Cy = D + CD * -\cos\theta_3 \tag{3.58}$$

$$Dx = 0.04$$
 (3.59)

$$Dy = -1,26 (3.60)$$

$$G_{2x} = AG_2 sen(\theta_1 - \phi_1) \tag{3.61}$$

$$G_{2y} = AG_2 * -\cos(\theta_1 - \phi_1) \tag{3.62}$$

$$G_{3x} = B + BG_3 sen(\theta_2 - \phi_2) \tag{3.63}$$

$$G_{3y} = B + BG_3 * -\cos(\theta_2 - \phi_2) \tag{3.64}$$

$$G_{4x} = D + DG_4 sen\theta_3 \tag{3.65}$$

$$G_{4y} = D + DG_4 * -\cos\theta_3 \tag{3.66}$$

Como se explicó al inicio de esta sección, estos mecanismos funcionan debido al movimiento dado por un ser humano. Este movimiento está comprendido por el mecanismo de cuatro barras AMKH, donde el eslabón AM forma parte del eslabón AB y se mueve también con el ángulo de entrada  $\theta_1$ . La posición del hombro no se mantiene fija en el eje de referencia X y Y, sino que el mismo se mueve junto con el eslabón BC. Cabe destacar que el cuerpo de la persona (exceptuando los brazos) no tiene movimiento relativo con eslabón BC, por lo que su masa e inercia se suma con la de este eslabón, con el fin de realizar este análisis. Los eslabones que representan las partes del cuerpo humano son HK, que va del hombro al codo, y KM que va del codo a la mano. Finalmente, AH comprende la distancia cambiante entre el punto de referencia A (anclado a la bancada) y el hombro de la persona, entre los cuales sí hay un movimiento relativo. La figura 3.14 representa la estructura del mecanismo de la máquina junto con los nuevos eslabones mencionados y sus respectivos ángulos a estudiar.



Figura 3.14: Diagrama simplificado de eslabones del mecanismo incluyendo el segundo sistema de cuatro barras dado por la persona (Elaboración propia)

Para el análisis de posiciones, se identifica la posición del punto H (hombro). La posición de H depende del movimiento del eslabón BC, cuyo movimiento está dado por el ángulo  $\theta_2$ . Además, mediante el uso de Solid Works, se puede conocer el ángulo de desfase  $\phi_4$ . La ecuaciones 3.67 y 3.68 permiten encontrar la posición del punto H y la ecuación 3.69 la distancia entre el punto de la bancada A y el punto H.

$$H_x = ABsen\theta_1 + BHsen(\theta_2 + \phi_4) \tag{3.67}$$

$$H_y = AB * -\cos\theta_1 + BH * -\cos(\theta_2 + \phi_4) \tag{3.68}$$

$$AH = \sqrt{(H_x - A_x)^2 + (H_y - A_y)^2}$$
(3.69)

Debido a que el sistema de cuatro barras AHKM solo se encuentra sujeto a una bancada por medio de A, se define el ángulo  $\beta_2$  desde el eje X hasta el eslabón AH. También, se calcula el ángulo  $\beta_3$  comprendido entre los eslabones AH y AM. Para esto, hay que tomar en cuenta la existencia del ángulo  $\phi_5$ , medido entre el eslabón AB y AH, los cuales pertenecen al mismo segmento estructural. Por lo tanto no hay movimientos relativos entre ellos haciendo que  $\phi_5$ sea un valor constante.  $\beta_2$  está representado por la ecuación 3.70 y  $\beta_3$  por la ecuación 3.71, finalmente, en la figura 3.15 se puede observar con detalle la colocación de todos los ángulos necesarios para estas ecuaciones.

$$\beta_2 = \arctan(H_y/H_x) \tag{3.70}$$

$$\beta_3 = \theta_1 - \phi_5 - 90^0 + \beta_2 \tag{3.71}$$



Figura 3.15: Detalle de la colocación de ángulos alrededor del punto A (Elaboración propia)

Ahora, se estudia el triángulo AMH. El mismo se divide en dos triángulos rectángulos para poder obtener el ángulo AHM llamado  $\beta_4$ , como se muestra en la figura 3.16. Además, se coloca el punto S que genera una linea divisoria HS que es perpendicular a AM.



Figura 3.16: Detalle del triángulo AHM del mecanismo del Elevador (Elaboración propia)

Seguidamente, se obtiene el valor de  $\beta_{11}$  por medio de la ecuación 3.72, la cual se obtiene del triángulo ASH. De igual forma, se encuentra la distancia HS con la ecuación 3.73, aplicando

el seno del ángulo  $\beta_3$  y se calcula la distancia HS con el coseno de  $\beta_3$  como lo muestra la ecuación 3.74.

$$\beta_{11} = 180^0 - 90^0 - \beta_3 \tag{3.72}$$

$$HS = AHseno\beta_3 \tag{3.73}$$

$$AS = HS\cos\beta_3 \tag{3.74}$$

Al conocer la distancia AM y la distancia AS, se puede calcular la distancia SM con la ecuación 3.75. Para poder encontrar  $\beta_4$ , es necesario conocer  $\beta_5$  primero. Este ángulo se puede calcular con la ecuación 3.76. Así,  $\beta_4$  es la suma de  $\beta_{11}$  y  $\beta_5$  según la ecuación 3.77. Ahora se calcula la distancia HM. La misma se obtiene con la ecuación 3.78 por medio de la ley de senos.

$$SM = AM - AS \tag{3.75}$$

$$\beta_5 = \arctan(SM/HS) \tag{3.76}$$

$$\beta_4 = \beta_5 + \beta_{11} \tag{3.77}$$

$$HM = \frac{AHseno\beta_3}{seno\beta_4} \tag{3.78}$$

Las variables de importancia del triángulo AHM ya son conocidas, ahora se resuelve el triángulo HKM, esto con el objetivo de encontrar el ángulo  $\beta_7$ . Este es necesario para para encontrar el ángulo  $\beta_1$  que representa el ángulo que dirige la posición del eslabón HK (ver figura 3.14). Primero, se calcula el ángulo  $\beta_6$  mediante ley de cosenos según la ecuación 3.79.De esta forma, se puede calcular el ángulo  $\beta_7$  con la ecuación 3.80. Lo anterior me permite obtener  $\beta_1$  con la ecuación 3.81.

$$\beta_6 = \arccos(\frac{HK^2 - HM^2 - KM^2}{-2HM * KM})$$
(3.79)

$$\beta_7 = \arcsin(KM \operatorname{sen}\beta_6/HK) \tag{3.80}$$

$$\beta_1 = 360^0 - \beta_2 - \beta_4 - \beta_7 \tag{3.81}$$

Adicionalmente, se calculan otros ángulos importantes para cálculos posteriores. El ángulo  $\beta_8$  se calcula con la suma de los ángulos internos del triángulo HKM presentado por la ecuación 3.82. Finalmente, se calcula el ángulo  $\beta_{12}$  que determina la posición del eslabón KM con la ecuación 3.83.

$$\beta_8 = 180^0 - \beta_7 - \beta_6 \tag{3.82}$$

$$\beta_{12} = \beta_1 - \beta_8 \tag{3.83}$$

En la figura 3.17 se observan las gráficas de los ángulos que dirigen el movimiento de los cinco eslabones del mecanismo respecto al tiempo.



Figura 3.17: Gráfica de los ángulos que dirigen el movimiento de los eslabones del mecanismo del Elevador respecto al tiempo (Elaboración propia)

### Análisis de velocidades

El análisis de velocidades del mecanismo del Elevador inicia con el estudio de las velocidades de la sección ABCD del mecanismo. Para ello, se tomará en cuenta el diagrama presentado por la figura 3.18, las velocidades absolutas y relativas del mecanismo y el eslabón AB cuya velocidad  $\omega_1$  es conocida.



Figura 3.18: Diagrama de velocidades del mecanismo ABCD (Elaboración propia)

Primero, se calcula la velocidad del punto B. La misma se encuentra definida por la ecuación 3.84, la cual usa el ángulo  $\theta_1$  (ecuación 3.46) y la velocidad angular  $\omega_1$  (ecuación 3.44).

$$\vec{v}_B = \omega_1 A B(\cos\theta_1, \sin\theta_1) \tag{3.84}$$

El movimiento del punto B es de tipo rotación pura, debido a que está pivotado en la bancada en el punto A. La velocidad angular  $\omega_2$  se calcula a partir de la velocidad del punto C, específicamente la velocidad relativa del punto C respecto al punto D (ecuación 3.85) y la velocidad relativa del punto C respecto al punto B (ecuación 3.86).

$$\vec{v}_C = \omega_3 DC(\cos\theta_3, \sin\theta_3) \tag{3.85}$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \omega_2 BC(\cos\theta_2, \sin\theta_2) \tag{3.86}$$

Igualando las ecuaciones 3.85 y 3.86 y haciendo la sumatoria en X y Y de las componentes de las velocidades, se puede calcular las velocidades angulares  $\omega_2$  y  $\omega_3$ , las cuales que están representadas por la ecuación 3.87 y 3.88 respectivamente.

$$\omega_2 = \frac{-v_{By} + tan\theta_3 * v_{Bx}}{BCsen\theta_2 - tan\theta_3 * BCcos\theta_2}$$
(3.87)

$$\omega_3 = \frac{v_{Bx} + \omega_2 B C \cos\theta_2}{D C \cos\theta_3} \tag{3.88}$$

Estos datos permiten conocer la velocidades de los centros de masa G2, G3 y G4. Estas velocidades se calculan mediante el uso de las distancias proporcionadas por el cuadro 3.6,

los ángulos anteriormente calculados y los ángulos de desfase presentados por el cuadro 3.5. El cálculo de estas velocidades se puede observar con mayor facilidad con ayuda de la figura 3.19.



Figura 3.19: Diagrama de velocidades de los centros de masa G2, G3 y G4 (Elaboración propia)

Las ecuaciones 3.89, 3.90 y 3.91 representan las velocidades de los centros de masa G2, G3 y G4 respectivamente.

$$vG_2 = AG_2\omega_1 \tag{3.89}$$

$$vG_3 = BG_2\omega_2 \tag{3.90}$$

$$vG_4 = DG_2\omega_3 \tag{3.91}$$



Figura 3.20: Diagrama de velocidades del mecanismo AMKH (Elaboración propia)

Para el sistema AMKH, representado por la figura 3.20, se procede de manera semejante al sistema ABCD. Primero, se calcula la velocidad del punto H con la ecuación 3.92.

$$\vec{v}_H = \omega_2 BH(\cos(\theta_2 + \phi_4), \sin(\theta_2 + \phi_4)) \tag{3.92}$$

Es necesario tomar en cuenta que este punto no tiene movimiento relativo respecto al eslabón BC, por lo que tanto,  $\theta_2$  como  $\omega_2$  dirigen su movimiento. Lo mismo ocurre con la velocidad del punto M, la cual no tiene movimiento relativo respecto al eslabón AB y por lo tanto son  $\theta_1$  y  $\omega_1$  los que dirigen su movimiento. Lo anterior se describe con la ecuación 3.93.

$$\vec{v}_M = \omega_1 AM(\cos(\theta_1 - \phi_5), \sin(\theta_1 - \phi_5)) \tag{3.93}$$

Finalmente, el punto K tiene una velocidad que se puede definir de dos maneras, respecto al punto H (ecuación 3.95) o respecto al punto M (ecuación 3.94).

$$\vec{v}_K = \vec{v}_M + \omega_4 M K(sen(\beta_{12}), -cos(\beta_{12}))$$
(3.94)

$$\vec{v}_K = \vec{v}_H + \omega_5 HK(sen(\beta_1), -\cos(\beta_1)) \tag{3.95}$$

Al igual que con el mecanismo ABCD, se igualan las ecuaciones 3.95 y 3.94 y se realiza una sumatoria en X y Y de los componentes de velocidad. De esta manera se encuentra el valor de  $\omega_4$  mediante la ecuación 3.96 y de  $\omega_5$  mediante la ecuación 3.97.

$$\omega_4 = \frac{-v_{Hy} + \frac{v_{Mx}}{\tan(\beta_1)} - \frac{v_{Hx}}{\tan(\beta_1)} + v_{My}}{MK\cos(\beta_{12}) - \frac{MK\sin(\beta_{12})}{\tan(\beta_1)}}$$
(3.96)

$$\omega_5 = \frac{v_{Mx} + \omega_4 M K sen(\beta_{12}) - v_{Hx}}{H K sen(\beta_1)} \tag{3.97}$$

Las velocidades de los centros de masa se calculan con la ecuación 3.98 para G1 y con la ecuación 3.99 para G5.

$$vG_1 = HG_1\omega_5 \tag{3.98}$$

$$vG_5 = KG_5\omega_4 \tag{3.99}$$

En la figura 3.21 se encuentran las gráficas de las velocidades angulares  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $\omega_4 y \omega_5$  durante un periodo de 2 s, donde se considera que el segundo 0 es la posición con los brazos estirados y el segundo 1 como la posición inicial donde los brazos están flexionados.



Figura 3.21: Gráficas de velocidades angulares del mecanismo del Elevador (Elaboración propia)

### Análisis de aceleraciones

El análisis de aceleraciones está basado en la figura 3.22 y se realiza de manera semejante al análisis de velocidades. Dicha figura contiene únicamente el sistema ABCD del mecanismo, junto con los vectores de aceleración tangencial, aceleración radial, aceleración angular y velocidad angular especificados en cada punto.

66



Figura 3.22: Diagrama de velocidades de los centros de masa de los eslabones del mecanismo de Elevador (Elaboración propia)

Posteriormente se analizará el sistema AMKH. Recordemos que la entrada de movimiento se encuentra dada por el eslabón AB, del cual se conoce el ángulo de entrada  $\theta_1$ , la velocidad angular  $\omega_1$  y la aceleración angular  $\alpha_1$  (ecuación 3.45. Para dar inicio a esta cálculo, se define la aceleración del punto B respecto al punto A y la aceleración del punto C respecto al punto D. En estas ecuaciones el subíndice r simboliza la palabra radial y el subíndice t la palabra tangencial.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{Br} + \vec{a}_{Bt} = w_1^2 AB(-sen(\theta_1), cos(\theta_1)) + \alpha_1 AB(cos(\theta_1), sen(\theta_1))$$
(3.100)

$$\vec{a}_{C} = \vec{a}_{Cr} + \vec{a}_{Ct} = w_{3}^{2}DC(-sen(\theta_{3}), cos(\theta_{3})) + \alpha_{3}DC(cos(\theta_{3}), sen(\theta_{3}))$$
(3.101)

Aplicando aceleraciones relativas en el punto C respecto al punto B permite obtener otra ecuación que puede ser igualada a 3.101. Seguidamente, se despeja el sistema de ecuaciones y se encuentra  $\alpha_2$  (ecuación 3.104) y  $\alpha_3$  (ecuación 3.103).

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{(C/B)r} + \vec{a}_{(C/B)t} = \vec{a}_B + w_2^2 BC(-sen(\theta_2), cos(\theta_2)) + \alpha_2 BC(cos(\theta_2), sen(\theta_2))$$
(3.102)

$$\alpha_{3} = \frac{-a_{Crx} + a_{Bx} + a_{(C/B)rx} + \alpha_{2}BCcos(\theta_{2})}{DCcos(\theta_{3})}$$
(3.103)

$$\alpha_{2} = \frac{-a_{Cry} + a_{Crx}tan(\theta_{3}) - a_{Bx}tan(\theta_{3}) - a_{(C/B)rx}tan(\theta_{3}) + a_{By} + a_{(C/B)ry}}{BCcos(\theta_{2})tan(\theta_{3}) - BCsen(\theta_{2})}$$
(3.104)



Figura 3.23: Diagrama de velocidades de los centros de masa de los eslabones del mecanismo de Elevador (Elaboración propia)

Finalmente, con los valores de las aceleraciones angulares del mecanismo, se calculan las aceleraciones de los centros de masa de cada eslabón. La aceleración G2 se encuentra con la ecuación 3.105, la de G3 con la ecuación 3.106 y la de G4 con la ecuación 3.107.

$$\vec{a}G_2 = \vec{a}G_{2r} + \vec{a}G_{2t} = w_1^2 AG_2(-sen(\theta_1 - \phi_1), cos(\theta_1 - \phi_1)) + \alpha_1 AG_2(cos(\theta_1 - \phi_1), sen(\theta_1 - \phi_1))$$
(3.105)

$$\vec{a}G_3 = \vec{a}G_{3r} + \vec{a}G_{3t} = w_2^2 BG_3(-sen(\theta_2 - \phi_2), \cos(\theta_2 - \phi_2)) + \alpha_2 BG_3(\cos(\theta_2 - \phi_2), sen(\theta_2 - \phi_2))$$
(3.106)

$$\vec{a}G_4 = \vec{a}G_{4r} + \vec{a}G_{4t} = w_3^2 DG_4(-sen(\theta_3), cos(\theta_3)) + \alpha_3 DG_4(cos(\theta_3), sen(\theta_3))$$
(3.107)

La figura 3.23 sirve como guía para conocer las ubicaciones de los centros de masa. Los ángulos de desfase  $\phi$  son constantes y sus magnitudes se encuentran en el cuadro 3.5.



Figura 3.24: Aceleraciones del sistema AMKH (Elaboración propia)

Como se mencionó anteriormente, el eslabón AM y AB no tienen movimiento relativo entre ellos, por lo que tienen la misma velocidad angular y aceleración angular. La aceleración del punto M se puede calcular mediante la ecuación 3.108.

$$a_M = a_{Mr} + a_{Mt} = \omega_1^2 AM(-sen(\theta_1 - \phi_5), cos(\theta_1 - \phi_5)) + \alpha_1 AM(cos(\theta_1 - \phi_5), sen(\theta_1 - \phi_5))$$
(3.108)

Lo mismo ocurre para el punto H, donde hay que recordar que el mismo se mueve según el movimiento del eslabón BC, con la misma velocidad angular y aceleración angular. La ecuación 3.109 representa la aceleración en dicho punto.

$$a_{H} = a_{Hr} + a_{Ht} = \omega_2^2 BH(-sen(\theta_2 + \phi_4), cos(\theta_2 + \phi_4)) + \alpha_2 BH(cos(\theta_2 + \phi_4), sen(\theta_2 + \phi_4))$$
(3.109)

La aceleración del punto K se calcula mediante dos ecuaciones, primero con la ecuación 3.110 basada en la suma de la aceleración de H y la aceleración de K respecto a H y con la ecuación 3.111 que equivale a la suma de la aceleración de M más la aceleración de K respecto a M.

$$a_{K} = a_{(K/H)r} + a_{(K/H)t} + a_{H} = \omega_{5}^{2} KH(\cos(\beta_{1}), sen(\beta_{1})) + \alpha_{5} KH(sen(\beta_{1}), -\cos(\beta_{1})) + \vec{a}_{H}$$
(3.110)

$$a_{K} = a_{(K/M)r} + a_{(K/M)t} + a_{M} = \omega_{4}^{2} KM(\cos(\beta_{12}), sen(\beta_{12})) + \alpha_{4} KM(sen(\beta_{12}), -\cos(\beta_{12})) + \vec{a}_{M}$$

$$(3.111)$$

La figura 3.24 permite localizar todos los eslabones, velocidades y aceleraciones a los que se les ha hecho referencia. Seguidamente, se igualan las ecuaciones 3.110 y 3.111 y se realiza una sumatoria de componentes en X y Y, esto permite encontrar la aceleración angular  $\alpha_4$  con la ecuación 3.112 y  $\alpha_5$  con la ecuación 3.113. Con esto se concluye el análisis de aceleraciones de este sistema.

$$\alpha_{4} = [KH\omega_{5}^{2}sen^{2}(\beta_{1}) + a_{Hy}sen(\beta_{1}) - KM\omega_{4}^{2}sen(\beta_{1}2)sen(\beta_{1}) - a_{My}sen(\beta_{1}) - a_{Mx}cos(\beta_{1}) + a_{Hx}cos(\beta_{1}) + KH\omega_{5}^{2}cos^{2}(\beta_{1}) - KM\omega_{4}^{2}cos(\beta_{12})cos(\beta_{1})]/$$
(3.112)  
$$[-KMcos(\beta_{12}) + KMsen(\beta_{12})cos(\beta_{1})]$$

$$\alpha_{5} = \frac{-a_{Hx} - KH\omega_{5}^{2}cos(\beta_{1}) + KM\omega_{4}^{2}cos(\beta_{12}) + KM\alpha_{4}sen(\beta_{12}) + a_{Mx}}{KHsen(\beta_{1})}$$
(3.113)

A continuación, se presentan las aceleraciones de los centros de masa correspondientes al eslabón HK (ecuación 3.114) y el eslabón KM representado por la ecuación 3.115.

$$\vec{a}G_1 = \vec{a}G_{1r} + \vec{a}G_{1t} = w_5^2 HG_1(\cos(\beta_1), \sin(\beta_1)) + \alpha_5 HG_1(\sin(\beta_1), -\cos(\beta_1))$$
(3.114)

$$\vec{a}G_5 = \vec{a}G_{5r} + \vec{a}G_{5t} = w_4^2 KG_5(-\cos(\beta_{12}), -\sin(\beta_{12})) + \alpha_4 KG_5(\sin(\beta_{12}), -\cos(\beta_{12})) \quad (3.115)$$

Hay que tener en cuenta que la distancia HG1 hace referencia a la distancia del punto H (hombro) al centro de masa G1 y la distancia KG5 permite conocer la distancia entre el punto K (codo) y el centro de masa G5. En la figura 3.25, se representa gráficamente las aceleraciones angulares  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ,  $y \alpha_5$  en unidades de rad/s<sup>2</sup> donde, en t = 0 s la persona tiene sus brazos completamente estirados y en t = 1 s la persona está con los brazos flexionados.



Figura 3.25: Gráficas de aceleración angular del mecanismo del Elevador (Elaboración propia)

## 3.3. Columpio

### 3.3.1. Descripción del mecanismo

La máquina que se analizará en esta sección del proyecto es el Columpio. La base para estudiar este equipo es su geometría, la cual se determina con ayuda del modelo en 3D de la máquina del Columpio del fabricante Cicadex que se generó con el software SolidWorks por Bryan Jiménez Carrano. Dicho modelo se puede observar en la figura 3.26.



Figura 3.26: Máquina biosaludable tipo Columpio(Jiménez, 2020)

#### Entrada de movimiento

El movimiento del columpio es de tipo rotacional puro, donde toda la estructura de la silla se mueve como una sola parte. Por lo tanto, interesa conocer el movimiento que describe el centro de masa G de toda la silla que rota respecto al punto de pivote D. Este equipo es un mecanismo, cuyo movimiento depende del ser humano que la esté utilizando. Como una persona funciona de forma diferente a un motor, se determina que no es factible concluir que el movimiento de entrada del mecanismo y su velocidad es constante. Ante esta característica, es necesario generar modelos que cambien con el tiempo. El movimiento de entrada se puede describir con ayuda de una ecuación sinusoidal, debido a la naturaleza oscilante de la trayectoria de la silla de la máquina cuando se está usando.

El movimiento de entrada va a estar caracterizado por un ángulo de entrada  $\theta_1(t)$  que cambia con respecto al tiempo. La función dependiente del tiempo que caracteriza el ángulo de entrada  $\theta_1$  se puede observar en la siguiente ecuación:

$$\theta(t) = A * sen(\omega t + \varphi) + C \tag{3.116}$$

Donde: A = amplitud, rad $\omega = frecuencia, rad$  t =tiempo, s  $\varphi =$ ángulo de fase, rad C =constante algebraica, rad

Para el estudio del ángulo de entrada  $\theta$  primero se realiza una delimitación del mismo por medio del programa de análisis de video llamado Kinovea, y junto con el video en tres dimensiones generado por Bryan Jiménez Carrano, se puede medir el ángulo mínimo y máximo de desplazamiento permisible por la máquina. Este rango para el columpio va de 0<sup>0</sup> a 20<sup>0</sup>.

Seguidamente se define el ángulo máximo de movimiento de la máquina como  $\theta_{max}$  de 20<sup>0</sup>. La amplitud es equivalente a la mitad del ángulo máximo. La frecuencia del movimiento se obtiene a partir del periodo ( $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ). En este caso, se define el periodo como T=2s. Para conocer el ángulo de fase  $\varphi$  y la constante algebraica C es necesario aplicar las condiciones iniciales y de frontera del movimiento del columpio en la ecuación 3.116. Las condiciones iniciales en t=0 y la condiciones de frontera en t= $\frac{T}{2}$  se muestran en las ecuaciones 3.117, 3.118 y 3.119 respectivamente.

$$\theta(0) = \phi \tag{3.117}$$

$$\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}\left(\frac{T}{2}\right) = 0 \tag{3.118}$$

$$\theta\left(\frac{T}{2}\right) = \phi + \theta_{max} \tag{3.119}$$

Sustituyendo los valores de amplitud y periodo en la ecuación 3.116 se obtiene el siguiente resultado:

$$\theta(t) = \frac{\theta_{max}}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + C \tag{3.120}$$

Para aplicar las condiciones iniciales y de frontera, se debe obtener la primera y la segunda derivada de la ecuación 3.116. Las derivadas se muestran a continuación:

$$\dot{\theta}(t) = \frac{\theta_{max}\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$
(3.121)

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{-2\theta_{max}\pi^2}{T^2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$
(3.122)

Al sustituir las condiciones iniciales y de frontera se obtiene que el ángulo de fase tiene un valor de  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  y la constante algebraica C un valor de  $C = \phi + \frac{\theta_{max}}{2}$ . Estos valores se sustituyen en las ecuaciones 3.120, 3.121 y 3.122.

$$\theta(t) = \frac{\theta_{max}}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right) + \phi + \frac{\theta_{max}}{2}$$
(3.123)

$$\omega = \dot{\theta}(t) = \frac{\theta_{max}\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$$
(3.124)

$$\alpha = \ddot{\theta}(t) = \frac{-2\theta_{max}\pi^2}{T^2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$$
(3.125)

### Centro de masa

Para generar un modelo cinemático del Columpio, es necesario conocer íntegramente la geometría del mecanismo así como la ubicación del centro de masa de sus componentes. Las dimensiones de los componentes del equipo se obtienen del modelo en 3D de la figura 3.26. El tamaño preciso de cada parte se obtiene con el software SolidWorks. Es importante mencionar que es necesario tomar las siguientes consideraciones acerca del modelo:

- El material de la estructura es acero galvanizado.
- Toda la tubería es hueca cédula 80 menos la agarradera que es tubería hueca cédula 40.

Como se mencionó anteriormente, interesa conocer el movimiento que describe el centro de masa G de todo el conjunto de la silla respecto al punto de pivote D. La ubicación del centro de masa G así como de las dimensiones de la estructura se puede observar en la figura 3.27.



Figura 3.27: Centro de masa G del columpio (Elaboración propia)

Es interesante notar que se aprovecha la simetría de la máquina biosaludable para solo trabajar una de las sillas. Para conocer la posición de todos los puntos de la silla, solo es necesario conocer la longitud DG que tiene un valor de 0,760 m.

Para iniciar el análisis cinemático de la máquina biosaludable del columpio se simplifica la figura 3.28 de la siguiente forma:



Figura 3.28: Diagrama simplificado del mecanismo del columpio (Elaboración propia)

Además de un análisis de posiciones del mecanismo solo, se debe realizar un análisis de posiciones, velocidades y aceleraciones del movimiento de la persona que está usando el equipo. Lo anterior se lleva a cabo tomando los segmentos de la pierna superior del usuario (de la unión entre la cadera y el fémur hasta la rodilla) y de la parte inferior de la pierna (de la rodilla hasta el pie) como eslabones. La figura 3.29 muestra la relación que se hace entre la ubicación de la pierna del usuario y el columpio.



Figura 3.29: Diagrama simplificado del mecanismo del columpio junto con la pierna del usuario (Elaboración propia)

En la figura anterior se puede observar que ahora el mecanismo cuenta con los puntos L, N y P. Estos corresponden a la cadera, rodilla y pie respectivamente. El ángulo  $\theta_2$  describe la posición del eslabón LN y el ángulo  $\theta_3$  la del eslabón NP. Estos segmentos tienen una longitud de 0,441 m y 0,481 m respectivamente. Estos datos se tomaron del análisis antropométrico que se desarrolla en la siguiente sección de este trabajo.

Cuadro 3.7: Longitud de los segmentos corporales de la pierna

Elemento	Longitud (m)
LN	0,441
NP	0,481

### 3.3.2. Estudio cinemático

### Análisis de posiciones

El movimiento del mecanismo se analiza como rotación pura donde la entrada de movimiento se da en el pivote D. El ángulo  $\theta$  (t) se utiliza para describir la posición del centro de masa G de la silla en el tiempo respecto al eje vertical. El ángulo  $\theta_{max}$  (t) representa el ángulo máximo que alcanza el centro de masa respecto a la posición inicial del centro de masa. Este valor va a depender del usuario de la máquina, sin embargo, se toma un valor máximo de 20° respecto a la posición de inicio del centro de masa de la silla para el proceso de análisis.

Para encontrar el valor de  $\theta$  (t) que describe la posición del centro de masa es necesario utilizar la ecuación 3.123. Es necesario tomar en cuenta que el ángulo  $\phi$  es constante y equivalente a 18°. Tomando esto en cuenta, el ángulo máximo que alcanza el centro de masa G respecto a la vertical es de 38°. Así, sustituyendo  $\phi$  en la ecuación 3.123 se obtiene la ecuación que describe el cambio de la posición del centro de masa G de la silla respecto al tiempo:

$$\theta(t) = \frac{20^{\circ}}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right) + 18^{\circ} + \frac{20^{\circ}}{2}$$
(3.126)

Para encontrar la relación ente el movimiento del mecanismo con el movimiento de la pierna del usuario, se debe hacer un análisis geométrico más extenso de la figura 3.29. Para encontrar el ángulo  $\theta_2$  se puede aplicar la Ley de Cosenos al triángulo LNP. En este momento del análisis geométrico solo se conoce el valor de la distancia LN y NP. Para poder aplicar la Ley de Cosenos es necesario conocer al menos un lado más para despejar el valor de  $\theta_2$ . El lado LP se puede calcular con ayuda del triángulo LOP de la siguiente forma:

$$OE = DE\cos(\beta_2) - DL\cos(\theta_1) \tag{3.127}$$

$$LO = DEsen(\beta_2) + DLsen(\theta_1)$$
(3.128)

$$LE = \sqrt{LO^2 + OP^2} \tag{3.129}$$

Es importante notar que  $\varphi$  es equivalente a  $\rho$  que se puede encontrar de la siguiente forma:

$$\varphi = \rho = \tan^{-1} \left( \frac{LO}{OP} \right) \tag{3.130}$$

Así, aplicando ley de cosenos se obtiene la siguiente relación de la cual se puede despejar  $\theta_2$ :

$$NP^{2} = LN^{2} + LP^{2} - 2LNLP\cos(\theta_{2} + \rho)$$
(3.131)

Seguidamente, se puede aplicar la ley de senos para encontrar  $\theta_3$ .

$$\frac{\sin(\theta_3 - \rho)}{LN} = \frac{\sin\theta_2 + \varphi}{NP} \tag{3.132}$$

De esta forma, ya es posible conocer la posición de la pierna en relación con la posición del mecanismo.

### Análisis de velocidades

Para encontrar la velocidad del centro de masa G de la silla se utiliza la ecuación 3.124 para encontrar la variación de la velocidad angular de G  $\omega$  respecto al tiempo. El valor de  $v_G$  se calcula multiplicando el valor de  $\omega$  por la longitud DG como se muestra en la ecuación 3.133.

$$\overrightarrow{v_G} = \omega DG \nwarrow \theta$$
 respecto al eje x - (3.133)

La dirección de la velocidad  $v_G$  es perpendicular a la trayectoria de G.

Las velocidades de los segmentos de la pierna se encuentran tomando en cuenta las velocidades absolutas y relativas de cada punto que las compone, asumiendo que la entrada de movimiento se da en el eslabón DG. Los vectores de velocidad se pueden observar en la figura 3.30.



Figura 3.30: Diagrama simplificado del mecanismo del columpio con vectores de velocidad (Elaboración propia).

Primero se analiza la velocidad del eslabón DL. La velocidad de L se puede describir de la siguiente forma:

$$\overrightarrow{V_L} = \overrightarrow{V_D} + \overrightarrow{V_{L/D}}$$
(3.134)

Donde las velocidades tienen las siguientes magnitudes y direcciones:

- $\overrightarrow{V_D} = 0 \frac{rad}{s}$  por ser el punto de pivote
- $\overrightarrow{V_{L/D}} = \omega \text{DL} \nearrow \theta_1$  con respecto a y +

Como  $V_D$  es igual a 0,  $V_L$  es igual a  $V_{L/D}$ . Luego se analiza la velocidad del eslabón LN de la siguiente forma:

$$\overrightarrow{V_N} = \overrightarrow{V_L} + \overrightarrow{V_{N/L}} \tag{3.135}$$

Donde las velocidades tienen las siguientes magnitudes y direcciones:

- $\overrightarrow{V_L} = \omega$  DL  $\nearrow \theta_1$  con respecto al eje y +
- $\overrightarrow{V_N} = \omega_3$  NP  $\searrow \theta_3$  con respecto al eje x +
- $\overrightarrow{V_{N/L}} = \omega_2 \text{ LN} \nwarrow \theta_2$  con respecto al eje y +

De la ecuación 3.135 se despean las velocidades angulares  $\omega_2$  y  $\omega_3$ .

$$\omega_2 = \frac{-\omega DLsin(\theta_1) + \omega_3 NP \cos(\theta_3)}{LNsin(\theta_2)}$$
(3.136)

$$\omega_3 = \omega DL \frac{\left[\cos(\theta_1) - \frac{\sin(\theta_1)\cos(\theta_2)}{\sin(\theta_2)}\right]}{\frac{-NP\cos(\theta_3)\cos(\theta_2)}{\sin(\theta_2)} - NP\sin(\theta_3)}$$
(3.137)

De esta forma, ya quedan definidas las velocidades de los segmentos corporales mencionados. Así, se pude construir el gráfico de la figura donde se observa el comportamiento de cada una de las velocidades angulares ( $\omega$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$ ).



Figura 3.31: Gráfico de velocidades angulares (Elaboración propia).

#### Análisis de aceleraciones

El análisis de aceleraciones se realiza de la misma forma que el análisis de velocidades expuesto anteriormente, tomando en cuenta las aceleraciones absolutas y relativas de cada punto. Los vectores de aceleraciones de cada punto de interés del conjunto columpio-pierna se puede observar en la figura 3.32.



Figura 3.32: Diagrama simplificado del mecanismo tipo columpio con los vectores de aceleración y aceleraciones angulares (Elaboración propia).

Para encontrar la aceleración del centro de masa G de la silla del columpio se utiliza la ecuación 3.138 que permite calcular la variación de la aceleración angular de G  $\alpha$  respecto al tiempo.

$$\overrightarrow{a_G} = DG * \omega^2(\nwarrow \theta_1 \text{ respecto al eje } \mathbf{x} +) + DG^2 * \alpha(\nearrow \theta_1 \text{ respecto al eje } \mathbf{y} +)$$
(3.138)

Como el centro de masa describe un movimiento de rotación pura, la aceleración de G cuenta con una componente de aceleración tangencial  $a_{Gt}$  que se calcula según la ecuación 3.139 y una componente de aceleración normal  $a_{Gn}$  que se calcula según la ecuación 3.143.

$$\overrightarrow{a_{Gt}} = DG * \omega^2 \nwarrow \theta \text{ respecto al eje x -}$$
(3.139)

$$\overrightarrow{a_{Gn}} = DG^2 * \alpha \nearrow \theta \text{ respecto al eje y} + \tag{3.140}$$

La dirección de la aceleración tangencial es tangente a la trayectoria y la dirección de la aceleración normal es hacia el pivote D normal a la trayectoria. De igual forma, se puede encontrar la aceleración tangencial y normal del punto L de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{a_{Lt}} = \omega^2 DL \nwarrow \theta_1 \text{ respecto al eje x -}$$
(3.141)

$$\overrightarrow{a_{Ln}} = \alpha DL^2 \nearrow \theta_1 \text{ respecto al eje y} + \tag{3.142}$$

El análisis de aceleraciones del eslabón LN se realiza de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{a_N} = \overrightarrow{a_L} + \overrightarrow{a_{N/L}} \tag{3.143}$$

En donde los vectores tienen las siguientes magnitudes y direcciones:

- $\overrightarrow{a_N} = \omega_3^2$  NP  $\searrow \theta_3$  con respecto al eje x ++  $\alpha_3$  NP  $\nearrow \theta_3$  con respecto a y +
- $\overrightarrow{a_L} = \omega^2 \text{ DL} \nwarrow \theta_1$  con respecto a x +  $\alpha \text{ DL} \nearrow \theta_1$  con respecto al eje y +
- $\overrightarrow{a_{N/L}} = \omega_2^2 \operatorname{LN} \swarrow \theta_2$  con respecto al eje x +  $\alpha_2 \operatorname{LN} \nwarrow \theta_2$  con respecto al eje y +

Al sustituir las aceleraciones en la ecuación 3.143 se obtienen las aceleraciones angulares  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  de la siguiente forma:

$$\alpha_2 = \frac{\omega^2 DL \sin(\theta_1) - \alpha DL \cos(\theta_1) - \omega_2^2 NL \cos(\theta_2) - \omega_3^2 NP \cos(\theta_3) - \alpha_3 NP \sin(\theta_3)}{NL \sin(\theta_2)} \quad (3.144)$$

$$\alpha_{3} = \frac{\omega_{3}^{2} NP \sin(\theta_{3}) + \omega DL \cos(\theta_{1}) + \alpha DL \sin(\theta_{1}) - \omega_{2}^{2} NL \sin(\theta_{2}) + \left[\frac{\omega^{2} DL \sin(\theta_{1}) - \alpha DL \cos(\theta_{1}) - \omega_{2}^{2} NL \cos(\theta_{2}) - \omega_{3}^{2} NP \cos(\theta_{3})}{NL \sin(\theta_{2})}\right] NL \cos(\theta_{2})}{NP \cos(\theta_{3}) + NP \sin(\theta_{3}) \frac{\cos(\theta_{2})}{\sin(\theta_{2})}}$$
(3.145)

De esta forma, ya quedan definidas las aceleraciones angulares de los segmentos corporales mencionados. Así, se pude construir el gráfico de la figura 3.33, donde se observa el comportamiento de cada una de las aceleraciones angulares ( $\alpha$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$ ).



Figura 3.33: Gráfico de aceleraciones angulares (Elaboración propia).

# Capítulo 4

# Modelo antropométrico

### 4.1. Medidas antropométricas

Como parte del modelo antropométrico, se requiere definir los rangos de medidas antropométricas que se van a utilizar en el modelo de Hanavan, el cual se va a detallar más adelante. Las medidas utilizadas fueron tomadas de Avila-Chaurand et al. (2007). Estas medidas corresponden a la población colombiana ya que este tipo de análisis no se encuentra registrado en Costa Rica y por lo tanto se tiene una limitación con respecto a estas medidas costarricenses. El estudio dispone de una base de datos antropométricos de la población colombiana para poder utilizar en aplicaciones como servicios, diseño de espacios y diseños relacionados con la salud.

El procedimiento de medición en para la generación de la base de datos consta de un laboratorio de medición en donde utilizan sujetos de medición y evaluadores para medir cada uno de los segmentos corporales. La base de datos está dividida en varias secciones según el rango de edad. Para este caso, se decidió utilizar la población de 20 a 59 años de edad. Ya que se considera dentro de los alcances del proyecto. Además, la base de datos proporciona datos tanto femeninos como masculinos. Ya que este tipo de medidas antropométricas varían entre ambos sexos.

Otro aspecto a tomar en consideración, es que la base de datos proporciona datos para el percentil 5, 50, 95 así como el promedio. En este caso se va a utilizar el promedio para generar datos preliminares del modelo antropométrico, sin embargo, esto podría ser modificado para así analizar la diferencia entre percentiles. Para los datos femeninos, se utiliza una muestra de 785 individuos. Por otro lado, para los datos masculinos se utiliza una muestra de 1315.

En las siguientes figuras, se presentan las medidas para diferentes segmentos corporales.



Figura 4.1: Medidas de la población colombiana, posición de pie (Avila-Chaurand et al. (2007))



Figura 4.2: Medidas de la población colombiana, posición sentado (Avila-Chaurand et al. (2007))



Figura 4.3: Medidas de la población colombiana, para cabeza, manos y pies (Avila-Chaurand et al. (2007))



Figura 4.4: Medidas de la población colombiana, para perímetros de algunos segmentos corporales (Avila-Chaurand et al. (2007))

En la base de datos se pueden encontrar todas las medidas que se delimitan en las figuras anteriores, sin embargo, para esta investigación no se requieren todas. A continuación, se presenta el cuadro 4.1 con la información necesaria para la generación del modelo antropométrico.

#	Nombre de medida	Promedio
1	Masa corporal (kg)	59,8
2	Estatura (cm)	155,8
10	Altura de la cresta ilíaca medial (cm)	92,5
11	Altura acromial sentado (cm)	55,0
15	Altura radial (cm)	22,9
17	Altura de la rodilla (cm)	48,4
38	Alcance anterior brazo (cm)	65,8
52	Perímetro mayor brazo (cm)	28,0
30	Diámetro menor brazo (cm)	6,0
54	Perímetro muñeca (cm)	14,6
30	Diámetro mayor antebrazo (cm)	6,0
47	Perímetro tórax (cm)	88,7
45	Perímetro de la cabeza (cm)	56,4
57	Perímetro inferior muslo (cm)	51,3
56	Perímetro mayor muslo (cm)	56,3
59	Perímetro superior pantorrilla (cm)	34,2
42	Largura nalga rodilla (cm)	55,0
60	Perímetro tobillo (cm)	20,6
55	Perímetro de la mano (cm)	17,9
17	Altura de rodilla (cm)	48,4
7	Altura sentado erguido (cm)	83,0
16	Altura de muslo (cm)	14,1
36	Anchura pie (cm)	9,0
9	Altura acromial de pie (cm)	127,2
25	Anchura del tórax (cm)	18,6

Cuadro 4.1: Medidas antropométricas colombianas del promedio femenino entre 20 a 59 años (Avila-Chaurand et al., 2007).

Esta base de datos proporciona datos simplemente dimensionales, no proporcionan datos respecto a la masa de cada uno de los segmentos corporales. Para conocer la masa de los segmentos se utiliza el modelo generado por Winter (2009), el cual define la masa de los segmentos corporales a partir de un coeficiente proporcional a la masa total de la persona.

	Coeficiente de Masa (kg)
Brazo Superior	0,028M
Antebrazo + Mano	0,022M
Muslo	$0,100{ m M}$
Pantorrilla + Pie	$0,061 { m M}$
Tronco/Cabeza/Cuello	$0,578\mathrm{M}$
Tronco	$0,497\mathrm{M}$
Cabeza/Cuello	$0,081 { m M}$

Cuadro 4.2: Coeficiente de masa para cada segmento corporal (Winter (2009))

donde M es la masa de la persona, que al multiplicarla por el coeficiente se obtiene la masa del segmento corporal correspondiente.

Estos datos posteriormente serán utilizados para generar el modelo de Hanavan, en el cual se utiliza la masa para obtener la inercia de cada uno de los segmentos corporales, detallado en la siguiente sección.

### 4.2. Modelo de Hanavan

El modelo de Hanavan es un modelo matemático que predice las propiedades inerciales del cuerpo humano. El autor menciona que se utilizan alrededor de 25 medidas antropométricas para así predecir el centro de masa individual, momentos y productos de inercia. También, este modelo permite calcular los momentos principales así como los ejes principales. El mismo está hecho a base de 15 sólidos geométricos numerados como lo indica la figura 4.5 representando cada uno un segmento del cuerpo. Estos segmentos son: (Hanavan, 1964)

Cabeza
 Torso superior
 Torso inferior
 Mano derecha
 Mano izquierda
 Brazo derecho superior
 Brazo izquierdo superior
 Antebrazo derecho
 Antebrazo izquierdo
 Pierna superior derecha
 Pierna inferior derecha
 Pierna inferior izquierda
 Pierna inferior izquierda



Figura 4.5: Modelo matemático de Hanavan (Hanavan, 1964)

Para la realización del modelo matemático se toma como fuente el autor Velandia-Cárdenas (2016), quien en su trabajo realizó un modelo matemático para encontrar el momento de inercia de conos truncados circulares con el fin de representar el tren inferior del ser humano para un exoesqueleto utilizando el modelo matemático propuesto por Hanavan. Este autor suministra la ecuación utilizada en el proyecto para el cálculo del momento de inercia de un cono truncado, la misma está representada en la ecuación 4.1. Para esto, se realiza un desarrollo algebraico en donde se calcula la inercia de un cono mayor y un cono menor, la diferencia de tamaños tiene la dimensión del segmento corporal que se desea calcular. Cabe destacar que para este modelo, no se consideran las manos y los pies como cuerpos por separado, los mismos se asumen como parte de los conos truncados pertenecientes a los antebrazos (elementos 8 y 9) y pantorrillas (elementos 12 y 13).

$$I_{CM} = M \left[ \frac{9M}{20\pi\rho h} \frac{\left(1 + \frac{RR}{R} + \frac{RR^2}{R^2} + \frac{RR^3}{R^3} + \frac{RR^4}{R^4}\right)}{\left(1 + \frac{RR}{R} + \frac{RR^2}{R^2}\right)^2} + \frac{3h^2}{80} \frac{\left(1 + \frac{4RR}{R} + \frac{10RR^2}{R^2} + \frac{4RR^3}{R^3} + \frac{RR^4}{R^4}\right)}{\left(1 + \frac{4RR}{R} + \frac{10RR^2}{R^2}\right)^2} \right]$$
(4.1)

Donde:

 $I_{CM}$  = Inercia de un cono trucado en el centro de masa, kg-m2 M = Masa del segmento corporal, kg  $\rho$  = Densidad del segmento corporal,  $kg/m^3$  RR = Radio mayor del segmento corporal, m R = Radio menor del segmento corporal, m h = Longitud del segmento corporal, m Seguidamente, para poder encontrar el momento de inercia de la sección 1, 2 y 3, se utilizan las fórmulas obtenidas del autor Beer et al. (2010a) que representan el momento de inercia de cada elemento en el eje de referencia. Cabe mencionar que los elementos 2 y 3 (ver figura 4.5) se estudiarán como un solo cilindro circular continuo y la cabeza se analizará como una esfera. Las figuras 4.6 y 4.7 representan la ecuación necesaria para el cálculo de la inercia del torso  $I_z$  y la cabeza respectivamente. Por último, para encontrar el valor de la inercia en la localización respectiva del centro de masa, se hace utilización del teorema de los ejes paralelos representado por la ecuación 4.2.



Figura 4.6: Inercia de un cilindro circular (Beer et al., 2010a)



Figura 4.7: Inercia de una esfera (Beer et al., 2010a)

$$I = \bar{I} + md^2 \tag{4.2}$$

Donde:

I = Momento de inercia en eje de referencia, kg-m<sup>2</sup>

 $\bar{I}$  = Momento de inercia del punto de medición, kg-m<sup>2</sup>

m = Masa del elemento, kg

d = Distancia desde el eje de referencia al punto de medición, m

En la tabla 4.3 se presentan los resultados de los momentos de inercia calculados para los segmentos diferentes segmentos corporales y, adicionalmente la densidad corporal utilizada para dicho cálculo. La densidad corporal se calcula mediante el uso de las ecuaciones 4.3 y 4.4.

$$c = \frac{h}{w^{1/3}} \tag{4.3}$$

Donde:

c =Índice ponderal, m/kg h =Estatura de la persona, m  $w={\rm Masa}$ de la persona, kg

$$\rho = (0,69 + 0,9c) * 1000 \tag{4.4}$$

Donde:

 $\rho = \text{Densidad}$  corporal,  $\text{kg}/\text{m}^3$ 

Cuadro 4.3: Índice ponderal, densidad y momentos de inercia de segmentos corporales para hombre y mujer

	Femenino	Masculinio
Índice Ponderal (m/kg)	0,398	0,410
Densidad $(kg/m^3)$	1048,57	1058,97
Segmento Corporal	$I_{CM}$ (	kg m2)
Brazo Superior	0,0100	0,0199
Antebrazo + Mano	0,0452	0,1083
Muslo	0,2450	0,3942
Pantorrilla + Pie	0,0569	0,0832
Tronco	0,5624	0,7613
Cabeza/Cuello	0,0156	0,0020

# Capítulo 5

# Análisis cinético

Para realizar un análisis cinético de las máquinas saludables, es necesario combinar los modelos cinemático y antropométrico para poder encontrar la fuerza que genera el usuario sobre el equipo en los puntos de interés. Para el caso del ascensor y el elevador, se busca encontrar las fuerzas sobre los agarres de las manos. Para el elevador interesa calcular la fuerza sobre los puntos de apoyo de los pies.

## 5.1. Ascensor

Con el fin de conocer las fuerzas de reacción internas en cada uno de los puntos, se realiza un estudio cinético del mecanismo. Este estudio comienza con la construcción de los diagramas de cuerpo libre para cada uno de los eslabones. A continuación, se presentan los diagramas de cuerpo libre y posteriormente la aplicación del principio de D'Alembert para cada uno de los eslabones. A partir del principio de D'Alembert se procede a despejar las fuerzas de interés y graficarlas. Además, en cada eslabón se representa el punto aproximado del centro de masa.

El análisis cinético implica además conocer las distancias entre los puntos de cada eslabón y los centros de masa. Este mecanismo cuenta con 5 eslabones, de los cuales es necesario saber su masa y su inercia como se muestra en el siguiente cuadro

Elemento	Masa (kg)	Inercia $(\text{kg m}^2)$
KM	1,320	0,0452
HK	1,670	0,010
BAM	$13,\!57$	2,480
BC	$16,\!95$	1,418
DCH	68,80	461,6

Cuadro 5.1: Resumen de datos de los eslabones del mecanismo del Ascensor

El eslabón DCH corresponde al eslabón de la máquina entre los puntos D y C y la distancia entre C y el punto H, el cual corresponde al hombro de la persona.

### 5.1.1. Dimensiones

Es importante mencionar también que los diagramas de cuerpo libre cuentan con una inercia, esta inercia depende del movimiento de cada eslabón así como de cada segmento corporal.

El centro de masa de los eslabones se obtuvo a partir del modelo de SolidWorks, sin embargo, se debe además tomar en cuenta el modelo de los segmentos corporales. En la sección 4, utilizando el modelo de Hanavan, se obtuvieron los centros de masa de los diferentes segmentos que compone el movimiento. Estos segmentos se acoplan a la posición en el mecanismo como tal y así se obtienen las distancias entre los puntos y los centros de masa.

### 5.1.2. Diagrama de cuerpo libre

En la siguiente figura se muestra el DCL para el eslabón DCH. Este eslabón se analiza como un solo eslabón porque el punto H cuenta con la misma velocidad angular que el eslabón DC. Además, se debe mencionar que el peso de este eslabón corresponde al peso del eslabón DC, la silla del mecanismo, el torso, la cabeza y las piernas de la persona.



Figura 5.1: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón DCH (Elaboración propia)

A partir de este diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones por medio del principio de D'Alembert

$$\sum F_x = H_x + C_x + D_x = m_{DC} a_{G_{DCx}}$$
(5.1)

$$\sum F_y = H_y + C_y + D_y - W_{DCH} = m_{DCH} a_{G_{DCy}}$$
(5.2)

$$\sum M_G = -D_y(DG_x) + D_x(DG_y) - C_x(CG_y) - C_y(CG_x) - H_x(HG_y) + H_y(HG_x) = I_{DCH}\alpha_3$$
(5.3)

En la siguiente figura se muestra el diagrama de cuerpo libre para el eslabón BC. La componente W en este diagrama consiste simplemente del peso del eslabón BC, el cual se obtuvo del modelo de SolidWorks.



Figura 5.2: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón BC (Elaboración propia)

A partir de este diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones por medio del principio de D'Alembert

$$\sum F_x = b_x - C_x = m_{BC} a_{G_{BCx}} \tag{5.4}$$

$$\sum F_y = B_y - C_y - W_{BC} = m_{BC} a_{G_{BCy}}$$
(5.5)

$$\sum M_G = -B_x(BG_y) - B_y(BG_x) - C_y(CG_x) - C_x(CG_y) = I_{BC}\alpha_2$$
(5.6)

En la siguiente figura se muestra el diagrama de cuerpo libre para el eslabón BAM. Este es un eslabón de gran interés ya que contiene el punto M, el cual es el punto de aplicación de la fuerza de la mano y es la principal fuerza de interés. El peso del eslabón BAM se obtiene a partir de SolidWorks.



Figura 5.3: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón BAM (Elaboración propia)

A partir de este diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones por medio del principio de D'Alembert

$$\sum F_x = -B_x + A_x - M_x = m_{BAM} a_G x \tag{5.7}$$

$$\sum F_y = A_y - B_y + M_y - W_{AB} = m_{BAM} a_{Gy}$$
(5.8)

$$\sum M_G = B_y(GB_x) - B_x(GB_y) - A_y(GA_x) - A_x(GA_y) + M_y(GM_x) + M_x(GM_y) = I_{AB}\alpha_1$$
(5.9)

En la siguiente figura se muestra el diagrama de cuerpo libre del eslabón HM, el cual corresponde a la sección del antebrazo. El peso de esta sección se obtiene del modelo antropométrico y corresponde a la sección del antebrazo.



Figura 5.4: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón HM (Elaboración propia)

A partir de este diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones por medio del principio de D'Alembert

$$\sum F_x = M_x - K_x = m_{MK} a_G x \tag{5.10}$$

$$\sum F_y = -M_y + K_y - W_{MK} = m_{MK} a_{Gy}$$
(5.11)

$$\sum M_G = -M_y(MG_x) - M_x(MG_y) - K_y(MG_x) - K_x(MG_y) = I_{KM}\alpha_6$$
(5.12)

En la siguiente figura se muestra el diagrama de cuerpo libre para el eslabón HK, el cual corresponde a la sección del brazo superior (entre el hombro y el codo) y por esta razón, se utiliza el peso del brazo superior obtenido del modelo antropométrico.



Figura 5.5: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón HK (Elaboración propia)

A partir de este diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones por medio del principio de D'Alembert

$$\sum F_x = K_x - H_x = m_{HK} a_G x \tag{5.13}$$

$$\sum F_y = K_y - H_y - W_{HK} = m_{HK} a_G y$$
 (5.14)

$$\sum M_G = -K_x(KG_y) - K_x(KG_x) + H_y(HG_x) - H_x(HG_y) = I_{HK}\alpha_5$$
(5.15)

Con todas las ecuaciones que se desarrollaron anteriormente, se construyó un sistema de ecuaciones para obtener el comportamiento de las fuerzas  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $M_x$  y  $M_y$ . Las magnitudes de estas fuerzas se muestran en las siguientes figuras



Figura 5.6: Comportamiento gráfico de las fuerzas KMH donde K corresponde al codo, M a la mano y H al hombro del sujeto (Elaboración propia)



Figura 5.7: Comportamiento gráfico de las fuerzas ABCD (Elaboración propia)

Es importante mencionar que el comportamiento de las fuerzas ABCD es más constante, además de que cuenta con valores más grandes. Esto sucede porque estos son los puntos de apoyo del mecanismo, es decir, los soportes que van a aguantar el movimiento del mecanismo. Por otra parte, los puntos KMH tienen valores más pequeños ya que se trata de las fuerzas de reacción internas como parte del movimiento. Además, estas cuentan con un comportamiento periódico más marcado por el tipo de definición del movimiento.

De esta manera, el análisis cinético estaría completo ya que se conoce el comportamiento de todas las fuerzas en todos los puntos en todo el rango de movimiento.

### Trabajo realizado

Una vez completado el análisis cinemático y cinético, se puede desarrollar el análisis del trabajo generado por un usuario sobre la máquina. En este caso se estará trabajando en el análisis del punto M, el cual es el punto de contacto entre la persona y la máquina.

Para obtener el comportamiento del trabajo del punto M, se realiza tomando en cuenta la siguiente ecuación:

$$\int_{\theta_t}^{\theta_{t+1}} \overrightarrow{M} * d\overrightarrow{s}$$
(5.16)

donde:

 $\dot{M}$  es la fuerza tangencial del punto M, la cual se obtiene a partir de la componente tangencial de las fuerzas Mx y My

 $d\vec{s}$  es el diferencial de arco del movimiento del punto M, el cual se obtiene de la siguiente ecuación;

$$d\vec{s} = R * d\theta \tag{5.17}$$

Donde a su vez,  $d\theta$  se obtiene de la siguiente ecuación.

$$d\theta = \frac{(\theta_{t+1} - \theta_t)\pi}{180} \tag{5.18}$$

De esta manera, se puede describir el comportamiento del trabajo en cada punto del movimiento con respecto al tiempo del punto M como se muestra en la siguiente figura



Figura 5.8: Comportamiento gráfico del trabajo en el punto M (Elaboración propia)

En la gráfica anterior se puede ver el comportamiento del trabajo a lo largo de un ciclo realizado por la persona en el punto de agarre (M). El trabajo respecto a la fuerza máxima ejercida por la mano en el punto M es de aproximadamente 37,00 J. Además, el trabajo total generado por un ciclo es de 197,00 J. Ya que este es el trabajo por ciclo, el usuario podría llegar a conocer el trabajo total por entrenamiento tomando en cuenta las repeticiones del ejercicio.
## 5.2. Elevador

Para el estudio cinético de este mecanismo se tienen que conocer primero las distancias entre los puntos de cada eslabón y su respectivo centro de masa, estos datos ya fueron desarrollados en el capítulo 3 y se encuentran resumidos en el cuadro 3.6. Como se ha observado anteriormente, este mecanismo cuenta con 5 eslabones diferentes, dos de los cuales se interpretan como triángulos debido a que tienen 3 puntos de apoyo. Los eslabones y los nombres de sus centros de masa se encuentran resumidos en el cuadro 5.2. El momento de inercia y el peso de cada eslabón se determinaron en la sección 3.2.1.

Cuadro 5.2: Resumen de datos de los eslabones del mecanismo del elevado (Elaboración propia)

Nombre del elemento	Nombre del centro de masa	Masa (kg)	Inercia $(\text{kg m}^2)$
HK	G1	1,70	0,0106
ABM	G2	15,83	1,91
BCH	G3	113,07	14,52
DC	G4	3,92	0,0300
MK	G5	2,20	0,0452

## 5.2.1. Dimensiones

Debido a que el sistema se encuentra en movimiento, algunas dimensiones del análisis cinético no se mantienen constantes. Sus proyecciones en los ejes X y Y varían conforme se inclina el mecanismo. Debido a lo anterior, en esta sección se desarrollarán las ecuaciones necesarias para definir las dimensiones faltantes desde los vértices de los eslabones a sus centros de masa. La figura 5.9 nos permite analizar con mayor detalle las distancias  $\vec{HG_1}$  y  $\vec{KG_1}$   $\vec{MG_5}$ ,  $\vec{KG_5}$ , calculados con las ecuaciones 5.19, 5.20, 5.21, 5.22 respectivamente.



Figura 5.9: Ángulos dentro del sistema HKM y sus centros de masa respectivos (Elaboración propia)

$$HG_1 = |HG_1(-cos(\beta_1), -sen(\beta_1))|$$
 (5.19)

$$\vec{KG}_1 = |(HK - HG_1)(-\cos(\beta_1), -\sin(\beta_1))|$$
(5.20)

$$\vec{MG_5} = |(KM - KG_5)(\cos(\beta_{12}), \sin(\beta_{12}))|$$
(5.21)

$$\vec{KG}_5 = |KG_5(\cos(\beta_{12}), \sin(\beta_{12}))| \tag{5.22}$$

Para encontrar las dimensiones del eslabón ABM, es necesario calcular los ángulos que están representados en la figura 5.10. Primero, se calcula  $\gamma_1$  mediante la suma de ángulos internos del triángulo ABW mediante la ecuación 5.23. Seguidamente, se calcula  $\gamma_2$  dividiendo el triángulo ABG<sub>2</sub> en dos triángulos rectángulos y se aplica el teorema de Pitágoras (ecuación 5.24)



Figura 5.10: Ángulos dentro del sistema ABM con una vista más profunda del punto B (Elaboración propia)

$$\gamma_1 = 180 - 90 - \theta_1 \tag{5.23}$$

$$\gamma_2 = \arccos(sen(\phi_1)) + \arccos(\frac{BG_2^2 - AB^2 sen^2(\phi_1) - AB^2 sen^2(\phi_1) - BG_2^2}{2ABsen(\phi_1) * BG_2}$$
(5.24)

Finalmente,  $\gamma_3$  se encuentra por la diferencia de los ángulos anteriormente calculados y 90°, representado por la ecuación 5.25. De esta manera es posible calcular las componentes de  $BG_2$  mediante la ecuación 5.26.

$$\gamma_3 = \gamma_2 - 90 - \gamma_1 \tag{5.25}$$

$$\overrightarrow{BG}_2 = |BG_2(sen(\gamma_3), cos(\gamma_3))| \tag{5.26}$$



Figura 5.11: Ángulos dentro del sistema ABM (Elaboración propia)cambiar el gamma 4 por gamma 12

Para calcular las distancias  $MG_2 ext{ y } AG_2$  (ver figura 5.11) representados por las ecuaciones 5.27 y 5.28, se realiza la proyección de la distancia en el eje X y Y. Seguidamente se calcula  $\gamma_4$  mediante la suma de ángulos internos de un triángulo (ecuación 5.29).  $\gamma_5$  se encuentra con ayuda de la ley de senos de los lados  $AG_2 ext{ y } MG_2$ , esto se representa con la ecuación 5.30. Finalmente, se calcula  $\gamma_6$  mediante la diferencia de los dos ángulos anteriores (ecuación 5.31).

$$\vec{MG}_2 = |MG_2(\cos(\gamma_6), sen(\gamma_6))| \tag{5.27}$$

$$\vec{AG}_2 = |AG_2(sen(\theta_1 - \phi_1), cos(\theta_1 - \phi_1))|$$
(5.28)

$$\gamma_4 = 180^0 - 90^0 - (\theta_1 - \phi_5) \tag{5.29}$$

$$\gamma_5 = \arcsin(AG_2 \operatorname{sen}(\phi_5 - \phi_1)/MG_2) \tag{5.30}$$

$$\gamma_6 = \gamma_4 + \gamma_5 \tag{5.31}$$



Figura 5.12: Ángulos dentro del sistema BCH (Elaboración propia)

Seguidamente, como se muestra en la figura 5.12, es necesario calcular los ángulos  $\gamma_7$ ,  $\gamma_8$ y  $\gamma_9$  para poder encontrar las dimensiones  $\vec{CG}_3$  y  $\vec{BG}_3$ .  $\gamma_7$  se calcula como la suma de los ángulos internos del triángulo dado por BCW con la ecuación 5.32.  $\gamma_8$  se obtiene mediante la ley de senos del triángulo BHG<sub>3</sub>, representado en la ecuación 5.33.  $\gamma_9$  es la diferencia entre  $\gamma_7$  y  $\gamma_8$  (ecuación 5.34). Finalmente, de manera similar a las distancias anteriores, las componentes en X y Y de  $CG_3$  y  $BG_3$  se encuentran con las ecuaciones 5.35 y 5.36.

$$\gamma_7 = 180^0 - 90^0 - (\theta_2 + \phi_2) \tag{5.32}$$

$$\gamma_8 = \arcsin(\frac{BHsen(\phi_2 - \phi_4)}{HG_3}) \tag{5.33}$$

$$\gamma_9 = \gamma_7 - \gamma_8 \tag{5.34}$$

$$\vec{CG}_3 = |CG_3(cos(\gamma_{12}), sen(\gamma_{12}))|$$
(5.35)

$$BG_3 = |BG_3(sen(\theta_2 + \phi_2), cos(\theta_2 + \phi_2))|$$
(5.36)

Con ayuda de la figura 5.12 es posible encontrar las componentes X y Y de  $HG_3$ . Para esto es necesario encontrar  $\gamma_{10}$  mediante la resta de 90° y  $\theta_2$  a 180° (ecuación 5.37).  $\gamma_{11}$  se calcula utilizando ley de senos en el triángulo  $BCG_3$  (ecuación 5.38).  $\gamma_{12}$  se obtiene a partir de la diferencia entre  $\gamma_{11}$  y  $\gamma_{10}$  (ecuación 5.39). las componentes X y Y de  $HG_3$  se encuentra representadas por la ecuación 5.40.

$$\gamma_{10} = 180^0 - 90^0 - \theta_2 \tag{5.37}$$

$$\gamma_{11} = \arccos(\frac{BG_3^2 - CG_3^2 - BC^2}{-2 * CG_3 * BC})$$
(5.38)

$$\gamma_{12} = 180 - \gamma_{10} - \gamma_{11} \tag{5.39}$$

$$\vec{HG}_3 = |HG_3(\cos(\gamma_9), \sin(\gamma_9))| \tag{5.40}$$



Figura 5.13: Ángulo del eslabón DC (Elaboración propia)

Finalmente, la figura 5.13 permite encontrar las componentes X y Y de las distancias  $CG_4$  y  $DG_4$ . El primero se calcula restando a la distancia  $DG_4$  la dimensión CD, calculados con las ecuaciones 5.41, 5.42. Y con esto se concluye la definición de cada dimensión necesaria para llevar a cabo el modelo dinámico.

$$\vec{CG}_4 = |(CD - DG_4)(seno(\theta_3), cos(\theta_3))|$$

$$(5.41)$$

$$\vec{DG}_4 = |DG_4(seno(\theta_3), cos(\theta_3))| \tag{5.42}$$

#### 5.2.2. Diagrama de cuerpo libre

Con el objetivo de poder describir el mecanismo, se realiza un cálculo de todas las fuerzas que están involucradas en el movimiento del Elevador, enfatizando sobre la fuerza del punto M que es donde la persona pone sus manos en el mecanismo. Conocer la fuerza M y la distancia de arco que recorre el punto M durante el movimiento. permite calcular el trabajo realizado en la máquina por la persona. Para esto, al igual que con las otras dos máquinas en esta tesis, se utiliza el principio de D'Alembert. Para todos los eslabones se procede de manera semejante, mediante sus diagramas de cuerpo libres, se realiza una sumatoria de fuerzas en X y en Y, finalmente, se realiza sumatoria de momentos en el centro de masa del mismo. El mecanismo se divide en sus diferentes eslabones y se presenta un diagrama de cuerpo libre para cada uno, con el fin de presentar de forma más clara las fuerzas que se aplican sobre cada eslabón del mecanismo. Además, se detallan las ecuaciones que surgen a partir de la sumatoria de fuerzas por componente para cada diagrama de cuerpo libre así como la sumatoria de momentos sobre los centros de masa.



Figura 5.14: Diagrama de cuerpo libre del eslabón MK (Elaboración propia)

$$\sum X : -M_x - K_x = m_{MK} a_{G5x} \tag{5.43}$$

$$\sum Y : -M_y - K_y - W_{MK} = m_{MK} a_{G5y} \tag{5.44}$$

$$\sum M_{G5} : -M_y M G_{5x} + M_x M G_{5y} - K_x K G_{5y} + K_y K G_{5x} = I_{MK} \alpha_4 \tag{5.45}$$



Figura 5.15: Diagrama de cuerpo libre del eslabón HK (Elaboración propia)

$$\sum X : -H_x + K_x = m_{HK} a_{G1x} \tag{5.46}$$

$$\sum Y : -H_y + K_y - W_{HK} = m_{HK} a_{G1y} \tag{5.47}$$

$$\sum M_{G1} : -H_y H G_{1x} + H_x H G_{1y} - K_y K G_{1x} + K_x K G_{1y} + M_h = I_{HK} \alpha_5$$
(5.48)



Figura 5.16: Diagrama de cuerpo libre del eslabón ABM (Elaboración propia)

$$\sum X : A_x - B_x + M_x = m_{AB} a_{G2x} \tag{5.49}$$

$$\sum Y : A_y - B_y + M_y - W_{AB} = m_{AB} a_{G2y}$$
(5.50)

$$\sum M_{G2} : -A_y A G_{2y} - A_y A G_{2x} + B_y B G_{2x} + B_x B G_{2y} + M_x M G_{2y} + M_y M G_{2x} = I_{AB} \alpha_1 \quad (5.51)$$



Figura 5.17: Diagrama de cuerpo libre del eslabón CBH (Elaboración propia)

$$\sum X : -C_x + B_x + H_x = m_{BC} a_{G3x} \tag{5.52}$$

$$\sum Y : -C_y + B_y + H_y - W_{BC} = m_{BC} a_{G3y}$$
(5.53)

$$\sum M_{G3} : -C_x CG_{3y} + C_y CG_{3x} - B_x BG_{3y} - B_y BG_{3x} - H_x HG_{3y} - H_y HG_{3x} = I_{BC} \alpha_2 \quad (5.54)$$

Por la cantidad de ecuaciones y de variables desconocidas, se opta por resolver el sistema de ecuaciones por medio de una matriz. Dichas se pueden observar en la matriz A dada por la ecuación 5.55. El orden de las ecuaciones no afecta el resultado, por lo que no se hace énfasis en cuál fila representa cuál ecuación. Esta matriz es introducida junto con todos los datos al programa de Wolfram Mathemática, se resuelve mediante reducción Gaussiana y sus resultados se introducen en una tabla de Excel.

3	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	aG4x mDC
	Ø	1	Ø	1	0	0	0	Ø	Ø	Ø	0	0	0	Ø	0	aG4y mDC + wDC
	- DG4y	- DG4x	CG4y	CG4x	0	0	0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0	iDC a3
	Ø	0	-1	0	1	0	1	Ø	ø	Ø	0	Ø	ø	ø	0	aG3x mBC
	Ø	0	Ø	-1	0	1	0	1	ø	Ø	0	Ø	Ø	ø	0	aG3y mBC + wBC
	Ø	0	- CG3y	CG3x	- BG3y	- BG3x	- HG3y	- HG3x	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0	iBC α2
	Ø	0	Ø	Ø	-1	0	0	Ø	1	ø	1	Ø	Ø	Ø	0	aG2x mAB
A =	Ø	0	ø	Ø	0	-1	0	Ø	Ø	1	0	1	Ø	ø	0	aG2y mAB + wAB
	Ø	0	0	0	BG2y	BG2x	0	0	- AG2y	- AG2x	MG2y	MG2x	0	0	0	iAB a1
	Ø	0	Ø	0	0	0	-1	Ø	0	Ø	0	Ø	1	Ø	0	aG1x mHK
	Ø	0	ø	Ø	0	0	0	-1	Ø	Ø	0	Ø	ø	1	0	aG1y mHK + wHK
	Ø	Ø	Ø	Ø	0	0	HG1y	-HG1x	0	Ø	0	ø	KG1y	-KG1x	1	iHK α5
	Ø	0	Ø	0	0	0	0	Ø	0	Ø	-1	Ø	-1	Ø	0	aG5x mMK
	Ø	0	Ø	Ø	0	0	0	Ø	Ø	Ø	0	-1	Ø	-1	Ø	aG5y mMK + wMK
8	0	0	0	0	0	0	0	Ø	0	0	MG5y	-MG5x	- KG5y	KG5x	0	<b>i</b> ΜK α4

(5.55)

Finalmente, se obtienen las gráficas mostradas por las figuras 5.18, 5.19, 5.20 y 5.21 .Las mismas muestran los valores de las fuerzas de reacción en los puntos estructurales A, B, C y D y los puntos de brazo H, K y M, también el torque en el punto H llamado Mh. Hay que tomar en cuenta que estas fuerzas suman ambos brazos de la persona por lo que el valor real que recibe cada brazo es equivalente a la mitad de lo mostrado en la gráfica 5.21a.



Figura 5.18: Gráficas de fuerza en los ejes X y Y de los puntos A (figura a) y B (figura b) (Eleboración propia)



Figura 5.19: Gráficas de fuerza en los ejes X y Y de los puntos C (figura a) y D (figura b) (Eleboración propia)



Figura 5.20: Gráficas de fuerza en los ejes X y Y de los puntos H (figura a) y K (figura b) (Eleboración propia)



Figura 5.21: Gráficas de fuerza en los ejes X y Y del punto M (figura a) y el torque Mh (figura b) (Eleboración propia)

Todas las gráficas anteriormente presentadas muestran un comportamiento oscilatorio, debido a que el movimiento de entrada está dado por una ecuación sinusoidal. Las fuerzas en la figura 5.18 son las que presentan las magnitudes más importantes, la suma de sus componentes da un valor máximo de 881,04 N y 825,84 N para la fuerza en A y B respectivamente. Esta magnitud se considera normal ya que en este punto se encuentra soportado la mayor parte del peso de la máquina y de la persona.

En comparación, en las figuras 5.19 se observan valores pico bastantes menores, alrededor de un 73 % y un 74 % menor, para las fuerzas en C y en D respectivamente. Lo anterior ocurre porque el porcentaje del peso total distribuido en estas zonas es menor. Seguidamente, analizando las fuerzas en las gráficas de la figura 5.20 y 5.21a, se observan valores promedio de las componentes X y Y entre los 135,10 N y 262,037 N. Considerando que estos valores se dividen entre ambos brazos, se consideran valores aceptables para magnitudes que fisiológicamente una persona pueda soportar para levantar su propio peso. Finalmente, en la figura 5.21b se encuentra el torque generado por la articulación del hombro para contrarrestar el peso corporal y poder levantar a la persona.

#### Trabajo realizado

Para analizar el trabajo realizado en esta máquina se ocupa conocer el rango de movimiento del mecanismo, en la sección 3.2.1 se dedujo que el mecanismo tiene un rango de movimiento de 0° a 37°. También, conociendo la longitud entre el punto de pivote (punto A) y la posición de las manos (punto M), conocida como AM=1,01 m y utilizando la ecuación 5.56, se obtiene la longitud de arco solo para un diferencial de desplazamiento ds cuyo valor se calcula desde t=0 s a t=2 s aplicando la ecuación 5.57 basado en la diferencia de un ángulo  $\theta_{1i}$  y un  $\theta_{1i+1}$ .

$$P = 2\pi r \tag{5.56}$$

Donde:

P = perímetro del círculo de radio r, m

r = radio medido desde el punto A al punto M, m

$$ds = 2\pi r(\theta_{1i} - \theta_{1i+1})/360 \tag{5.57}$$

Donde:

ds = diferencial de arco en dirección  $\theta_1 - \phi_5$ , m r = radio medido desde el punto A al punto M, m  $\theta_{1i}$  = ángulo de entrada de movimiento del mecanismo, °

Seguidamente, con la ecuación 5.58 y 5.59 se calculan las proyecciones de los diferenciales de arco de círculo de sobre el eje X y Y obteniendo así los cambios de posición  $\Delta x$  y  $\Delta y$  para todo el rango de movimiento.

$$\Delta x = ds * \cos(\theta_1 - \phi_5) \tag{5.58}$$

$$\Delta y = ds * sen(\theta_1 - \phi_5) \tag{5.59}$$

Donde:

ds = diferencial de arco en dirección  $\theta_1 - \phi_5$ , m

 $\Delta$  x = proyección en x del diferencial de círculo d<br/>s, m

 $\Delta$  y = proyección en y del diferencial de círculo ds, m

Finalmente, se calcula el trabajo realizado de la fuerza M con los datos obtenidos de la gráfica de la figura 5.21a, mediante el uso de la ecuación 5.60.

$$W = \sum_{i}^{n} M_{xi} \Delta x_i + M_{yi} \Delta y_i \tag{5.60}$$

Donde:

W = trabajo realizado por fuerza M, Nm  $M_{xi}$  = componente de M en eje X en un ángulo  $\theta_1$  determinado, N  $M_{yi}$  = componente de M en eje Y en un ángulo  $\theta_1$  determinado, N  $\Delta x$  = proyección en x del diferencial de círculo ds, m  $\Delta y$  = proyección en y del diferencial de círculo ds, m Debido a que se calculó únicamente la componente horizontal de la fuerza M, se toma como cero la parte que comprende el eje Y de dicha ecuación. La gráfica de trabajo obtenido se muestra en la figura 5.22.



Figura 5.22: Gráfico de trabajo del punto M vs tiempo. (Elaboración propia)

La figura 5.22 muestra el comportamiento del trabajo a lo largo de todo un ciclo efectuado por la persona en el punto M (mano) de la máquina. Hay que tener en cuenta que la gráfica se ve mayormente influenciado por los tamaños de los diferenciales de desplazamiento ds, los cuales no son diferenciales del mismo tamaño debido a que es un cálculo basado en  $\theta_1$  el cuál tiene un comportamiento sinusoidal.

Realizando la sumatoria de todos los puntos del trabajo de la fuerza, se genera en total 361,15 J por cada ciclo realizado con la máquina. En fuentes bibliográficas como Juanma (2018), se menciona que una sesión de una hora de pesas puede llegar a consumir 112 kcal que corresponde a 468,9 kJ<sup>1</sup>. Sabiendo la cantidad de J que se consumen por cada ciclo con esta máquina de ejercicio, realizando 15 repeticiones y un descanso de 30 segundos en cada serie (1 min consumido al realizar 1 serie y 1 descanso de  $30s^2$ ; durante una hora se estaría realizando 60 series de entrenamiento generando un total de trabajo de 325,035 kJ aproximadamente, lo que es un 31 % menor que un trabajo de pesas en una hora. El trabajo realizado con esta máquina es más bajo.

Sin embargo, hay otros factores a tomar en cuenta como por ejemplo, los valores que llega a tener la fuerza M. Al realizar una división entre 9,81  $m/s^2$ , se puede decir que cada mano levanta 13,35 kg del peso de la persona. En comparación, en un estudio realizado por Janicijevic et al. (2021), sujetos estudiantes de ciencias del deporte con edades entre 18-39 años, pueden levantar en un press de banca en máquina Smith entre 46,1 kg y 49,6 kg a un 75 % de la repetición máxima, presentando valores un 44 % mayores que la máquina biosaludable. Esto es debido a que las máquinas biosaludables están diseñadas para personas adultas con edades de más de 40 años y que son sedentarias (Hernández, 2009).

 $<sup>^{1}1 \</sup>text{ kcal} = 4,1868 \text{ kJ}$ 

 $<sup>^{2}</sup>$ El periodo utilizado es de 2 s

## 5.3. Columpio

El análisis cinético del columpio tiene como objetivo encontrar las fuerzas que actúan sobre el mecanismo, sobre todo las fuerzas de reacción en el punto P que es donde el usuario apoya sus pies para iniciar el movimiento. El primer paso para completar este análisis es realizar los diagramas de cuerpo libre de cada elemento del mecanismo. La segunda etapa consiste en aplicar el principio de D'Alembert para cada uno de los eslabones. Así se pueden despejar las fuerzas de reacción que impactan el mecanismo. Para realizar una análisis dinámico es importante conocer la masa de cada uno de los elementos del mecanismo así como su inercia. El columpio se divide en tres elementos: el conjunto de la silla, el segmento LN que representa la parte superior de la pierna antes de la rodilla y el conjunto NP que es la parte inferior de la pierna y el pie. Los valores de masa e inercia para cada uno de estos elementos se muestra en el cuadro 5.3.

Elemento	Centro de masa	Masa (kg)	Inercia (kg $m^2$ )
Silla	$G_1$	128,8	18,78
LN	$G_2$	$5,\!98$	0,245
NP	$G_3$	$3,\!65$	0,0569

Cuadro 5.3: Resumen de datos de los elementos del mecanismo del Columpio

Es importante notar que la ubicación del centro de masa del elemento de la silla se obtuvo con ayuda del software Solidworks. Este centro de masa se encuentra en una posición diferente respecto al centro de masa G del modelo cinemático porque en este elemento no solo se está tomando en cuenta la silla, sino también el peso del torso, la cabeza y los brazos del usuario. Como estos elementos cuentan con un centro de masa diferente, se encuentra el centro de masa total para poder realizar el diagrama de cuerpo libre correspondiente así como tomar en cuenta la masa correcta. El valor de 128,83 kg del cuadro 5.3 contempla la masa de la silla, la cabeza, el torso y los brazos. La ubicación de los centros de masa para ambos segmentos que componen la pierna se calcularon según se expuso en el capítulo del modelo antropométrico.

### 5.3.1. Dimensiones

Como el mecanismo se encuentra en constante movimiento, las dimensiones entre el punto donde se aplica una fuerza y el centro de masa del elemento del análisis cinético no son constantes. Esto se debe a que las distancias en el plano vertical x y y dependen de un ángulo que varía de acuerdo al tiempo. La forma en que se determinó la posición del centro de masa de cada elemento que compone el mecanismo se explicó en el capítulo de antropometría.

Las aceleraciones de los centros de masa van a variar según sea el segmento que se está estudiando. Las ecuaciones que describen su variación respecto al tiempo de muestran a continuación donde  $a_{G1}$  es la aceleración de la silla,  $a_{G2}$  es la aceleración del segmento corporal LN y  $a_G3$  es la aceleración del segmento inferior de la pierna NP.

- $\overrightarrow{a_1} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{1/D}} = DG_1 \cdot \omega^2 \nearrow \theta_4$  con respecto al eje y+ + $\alpha \cdot DG_1 \nwarrow \theta_4$  con respecto al eje x-
- $\overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{a_L} + \overrightarrow{a_{2/L}} = \omega^2 \cdot \text{DL} \nearrow \theta_1$  con respecto a eje y+ +  $\alpha \cdot \text{DL} \nwarrow$  con respecto al eje x-LG<sub>2</sub> ·  $\omega_2^2 \swarrow \theta_2$  con respecto al eje x- + $\alpha_2 \cdot \text{LG}_2 \nwarrow \theta_2$  con respecto al eje y+

•  $\overrightarrow{a_3} = \overrightarrow{a_P} + \overrightarrow{a_{1/P}} = PG_3 \cdot \omega_3^2 \searrow \theta_3$  con respecto al eje x+  $+\alpha_3 \cdot PG_3 \nearrow \theta_3$  con respecto al eje y+

### 5.3.2. Diagrama de cuerpo libre

Como se mencionó anteriormente, la máquina biosaludable del Columpio se divide en tres elementos para encontrar las fuerzas de reacción que actúan sobre el mecanismo. Es importante mencionar que se toma el sentido horario como positivo porque el ángulo  $\theta(t)$ crece en este sentido cuando inicia el movimiento del columpio. El primer diagrama de cuerpo libre (DCL<sub>1</sub>) corresponde al elemento de la silla como se muestra en la figura 5.23. La masa de este elemento se describe como m<sub>1</sub> y el peso como W<sub>1</sub>.



Figura 5.23: Diagrama de cuerpo libre para la silla (Elaboración propia)

A partir del  $DCL_1$  se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = D_x - L_x = m_1 a_{G1x} \tag{5.61}$$

$$\sum F_y = D_y - L_y - W_1 = m_1 a_{G1y} \tag{5.62}$$

$$\sum M_{G1} = L_x \cdot LG_1 \cdot \cos(\theta_4) + L_y \cdot LG_1 \cdot \sin(\theta_4) - D_y \cdot DG_1 \cdot \sin(\theta_4) + Dx \cdot DG_1 \cdot \cos(\theta_4) = I_1 \cdot \alpha_1$$
(5.63)

El segundo diagrama de cuerpo libre  $(DCL_2)$  corresponde a la parte superior de la pierna entre cadera y la rodilla. Este segmento corporal se representa con el eslabón LN del mecanismo, donde el punto L es la unión entre la cadera y el fémur y el punto N es la rodilla. El  $DCL_2$  se puede observar en la figura 5.24. La masa de este elemento es equivalente a la masa del segmento que se obtuvo del modelo antropométrico y se describe como m<sub>2</sub>. El peso es W<sub>2</sub>.



Figura 5.24: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón LN (Elaboración propia)

A partir del  $DCL_2$  se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = N_x + L_x = m_2 \cdot a_{G2x} \tag{5.64}$$

$$\sum F_y = N_y - L_y - W_2 = m_2 a_{G2y} \tag{5.65}$$

$$\sum M_{G2} = -L_y \cdot LG_2 \cdot \cos(\theta_2) - L_x \cdot LG_2 \cdot \operatorname{sen}(\theta_2) - N_y \cdot NG_2 \cdot \cos(\theta_2) + Nx \cdot NG_2 \cdot \operatorname{sen}(\theta_2) = -I_2 \cdot \alpha_2$$
(5.66)

El tercer diagrama de cuerpo libre  $(DCL_3)$  corresponde a la parte inferior de la pierna entre la rodilla y el pie. Este segmento corporal se representa con el eslabón NP del mecanismo donde el punto N es la rodilla y el punto P es el pie. El DCL<sub>3</sub> se puede observar en la figura 5.25. La masa de este elemento es equivalente a la masa del segmento que se obtuvo del modelo antropométrico y se describe como m<sub>3</sub>. El peso es W<sub>3</sub>.



Figura 5.25: Diagrama de cuerpo libre para el eslabón NP (Elaboración propia)

A partir del  $DCL_3$  se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = -N_x + P_x = m_3 \cdot a_{G3x} \tag{5.67}$$

$$\sum F_y = -N_y + P_y - W_3 = m_3 a_{G3y} \tag{5.68}$$

$$\sum M_{G3} = -P_x \cdot PG_3 \cdot \operatorname{sen}(\theta_3) - P_y \cdot PG_3 \cdot \cos(\theta_3) - N_y \cdot NG_3 \cdot \cos(\theta_3) + Nx \cdot NG_3 \cdot \operatorname{sen}(\theta_3) = -I_3 \cdot \alpha_3$$
(5.69)

A partir de las ecuaciones planteadas anteriormente, se construye un sistema de 9 ecuaciones con 8 incógnitas. Al realizar el despeje respectivo se encuentran las fuerzas  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $P_x$  y  $P_x$ . Las magnitudes y el comportamiento de la fuerza D se puede observar en la figura 5.26, de las fuerzas L y N en la figura 5.27 y la fuerza P en la figura 5.28.



Figura 5.26: Comportamiento gráfico de la fuerza D (Elaboración propia)



Figura 5.27: Comportamiento gráfico de las fuerzas L y N (Elaboración propia)



Figura 5.28: Comportamiento gráfico de las fuerza P (Elaboración propia)

Cabe rescatar que el comportamiento de todas las fuerzas es periódico y se repite su comportamiento cada 2 segundos. Ambos resultados son esperados porque se está utilizando una ecuación periódica para realizar el modelado del mecanismo con un período seleccionado de T=2 s. Como se mencionó anteriormente, la fuerza de mayor interés es la fuerza P. A partir de la gráfica en la figura 5.28 se puede ver que P oscila entre los valores de 81 N y 94 N. Es interesante notar que los valores de la fuerza D varían entre 1240 N y 1340 N. Si uno toma el peso del conjunto de la silla más la persona se obtiene un valor de W<sub>1</sub> = 1263,8 N que es muy similar al valor máximo de la fuerza de reacción en el pivote D de la máquina, por lo que los valores de fuerza D obtenidos tienen una magnitud adecuada. Además, cabe destacar que las fuerzas L y N parecen tener un comportamiento contrario, donde la fuerza máxima del punto N ocurre cuando en el momento que el usuario tiene sus piernas extendidas y va a iniciar el movimiento de compresión de la rodilla y la fuerza máxima del punto L ocurre cuando el usuario va a comenzar el movimiento de extensión de rodilla. De esta forma el análisis cinético está completo para la máquina del columpio, ya que se conoce el comportamiento de todas las fuerzas en los puntos del mecanismo en todo su rango de movimiento.

#### Trabajo realizado

Para encontrar el trabajo realizado, es necesario conocer el rango de movimiento del columpio específico que se está analizando. El rango de movimiento se definió en la sección 3.3.1. Se llega a completar un desplazamiento de aproximadamente 20° del punto de inicio al punto final.

En este caso, se busca el trabajo del punto L, el cual representa la cadera del usuario. Para obtener el trabajo del punto L, se puede realizar de dos formas: la primera manera es encontrando la componente tangencial de la fuerza que se aplica en el punto L y multiplicando por un diferencial de arco del movimiento de L. La segunda manera es multiplicando las componentes en dirección x y y de la fuerza L por el diferencial de desplazamiento del punto L en x y el diferencial de desplazamiento del punto L en y respectivamente. Se decide calcular el trabajo con la primera forma descrita y se corrobora el resultado con el segundo método.

$$\int_{\theta_t}^{\theta_{t+1}} \overrightarrow{L} * \overrightarrow{ds}$$
(5.70)

donde:

 $\overrightarrow{L}$  es la fuerza tangencial del punto L, la cual se obtiene a partir de la componente tangencial de las fuerzas Lx y Ly

 $d \overrightarrow{s}$  es el diferencial de arco del movimiento del punto L, el cual se obtiene de la siguiente ecuación

$$d\vec{s} = R * d\theta \tag{5.71}$$

donde a su vez,  $d\theta$  se obtiene de la siguiente ecuación

$$d\theta = \frac{(\theta_{t+1} - \theta_t)\pi}{180} \tag{5.72}$$

De esta manera, se puede describir el comportamiento del trabajo en cada punto del movimiento con respecto al tiempo del punto L. El resultado se puede observar en la figura 5.29.



Figura 5.29: Comportamiento gráfico del trabajo en el punto L (Elaboración propia)

De la gráfica anterior, se puede observar el comportamiento del trabajo del punto L durante un periodo de movimiento (T=2s). Si se gráfica el movimiento del punto L por más de un periodo, se podría observar que este tiene un comportamiento cíclico. Se puede observar que el trabajo respecto a la fuerza máxima del punto L se alcanza a la mitad del rango de movimiento, cuando el usuario termina de flexionar su rodilla e inicia el movimiento de extensión de rodilla. La fuerza tangencial máxima llega a tener un valor de 62 N. La suma del trabajo total para un ciclo de movimiento equivale a aproximadamente 44 J.

# Capítulo 6

# Diseño estructural

El siguiente capítulo se enfoca en trabajar el objetivo número 3 de este proyecto. Para ello, se divide en dos secciones principales para cada máquina de ejercicio. La primera parte busca analizar las dimensiones críticas que tienen las máquinas actuales para así generar un criterio respecto a si estos equipos son ergonómicos para la población meta de este trabajo. En la segunda parte se presenta la propuesta del nuevo diseño para cada una de las máquinas de hacer ejercicio, donde se toma en cuenta el mecanismo que se implementará para poder variar la resistencia del equipo, así como cualquier variación que se considere necesaria como resultado del análisis que se generó en la primera parte de este capítulo.

Es importante aclarar que según Collins Dictionary, la ergonomía es el estudio de cómo el equipo y artefacto puede ser adaptado para que las personas puedan realizar trabajo y otras actividades de manera más eficiente y confortable. También Free Dictionary añade que la ergonomía es una ciencia aplicada al diseño de equipo de lugar de trabajo, tratando de maximizar la productividad reduciendo la fatiga y la incomodidad. La ergonomía es un concepto muy amplio y esta puede ser evaluada de muchas maneras. Este trabajo se enfoca en identificar propiedades ergonómicas de cada máquina basado en la antropometría de los usuarios pertenecientes a la población meta. De esta forma, se mostrará si existe relación entre los datos antropométricos y las propiedades físicas de cada equipo.

La ergonomía en las máquinas de hacer ejercicio no es un factor fundamental, pero es un factor importante a la hora de mejorar la eficiencia que presenta la realización del ejercicio para cada diferente tipo de persona. En el blog Fitness Factor Blog (2017) se menciona que entre los mayores beneficios de hacer ejercicio físico con máquinas y aparatos ergonómicos se encuentra una mejora del rendimiento ya que permite al usuario estar concentrado en el ejercicio y no en acoplarse al aparato, reducción de fatiga en músculos en los que no se desea desarrollar esta fatiga, disminución de riesgos de lesión ya que, por ejemplo, un eslabón en una posición inadecuada puede incentivar un movimiento inadecuado que puede derivar en una lesión, simplifica el uso, y ahorra el tiempo y dinero del usuario ya que la recuperación de una lesión es más costosa que el dinero extra que representa la compra de un equipo ergonómico.

## 6.1. Ascensor

#### 6.1.1. Dimensiones antropométricas

Con respecto a la ergonomía de las máquinas, se realiza un análisis de algunas dimensiones consideradas como críticas para el óptimo funcionamiento del movimiento. Se toma en cuenta las dimensiones antropométricas de la población Colombiana (Avila-Chaurand et al., 2007) en comparación con las dimensiones de las máquinas actuales de hacer ejercicio con una tolerancia en la diferencia de  $\pm 10$  cm.

Las dimensiones críticas elegidas para el estudio, se detallan en el cuadro 6.1

Cuadro 6.1: Distancias anatómicas relevantes en la ergonomía del Ascensor basadas en las figuras 4.1,4.2 y 4.4. (Avila-Chaurand et al., 2007)

Femenino (20-59)						
#	Nombre de la medida	Promedio (cm)				
3	Alcance vertical máximo	195,2				
10	Altura cresta ilíaca medial	$92,\!5$				
3-10	Altura vertical máximo sentado	102,7				
18	Altura de la fosa poplítea	38,3				
41	Largura nalga-fosa poplítea	46,1				

La comparación se realizará tomando las medidas descritas anteriormente, y las medidas obtenidas por los modelos de Solidworks de la máquina del Ascensor. Para el caso de las dimensiones 3 y 10, se toma del modelo solamente la diferencia entre ellas ya que corresponde a la distancia máxima en posición sentado con el brazo extendido. Se obtiene del asiento, hasta el punto de agarre de la máquina.

Las medidas obtenidas de Solidworks se resumen en el siguiente cuadro

Cuadro 6.2: Distancias anatómicas relevantes obtenidas del modelo 3D del Ascensor (Elaboración propia)

Femenino (20-59)						
#	Nombre de la medida	Promedio (cm)				
3	Alcance vertical máximo	N/A				
10	Altura cresta ilíaca medial	N/A				
3-10	Altura vertical máximo sentado	$98,\! 6$				
18	Altura de la fosa poplítea	42,1				
41	Largura nalga-fosa poplítea	46,7				

El detalle de las medidas obtenidas en SolidWorks se pueden observar a continuación



Figura 6.1: (a) Altura vertical máximo sentado [3-10] (b) Altura de la fosa poplítea [18] (c) Largura nalga-fosa poplítea [41] (Elaboración propia)

Tomando en cuenta las dimensiones descritas en los cuadros 6.1 y 6.2, es posible hacer una comparación y determinar si las dimensiones de las máquinas actuales cumplen con las dimensiones antropométricas necesarias de la población colombiana. Para ninguna de las dimensiones se encontró una diferencia mayor a los 10 cm establecidos como la diferencia máxima. Por esta razón, se puede decir que la máquina del ascensor cumple con las medidas requeridas para el uso de la misma.

## 6.1.2. Mecanismo

Como parte del diseño del mecanismo del ascensor, se proponen diferentes mejoras al sistema, incluyendo un sistema de ajuste de resistencia del equipo. En las siguiente sección se detallará las mejoras propuestas.

En la figura 6.2 se puede observar en la estructura derecha la propuesta de mejora para este mecanismo.



Figura 6.2: Diseño propuesto de mejora del mecanismo de ascensor (Elaboración propia)

La mejora consiste en un ventilador, el cual ofrece resistencia al movimiento. El ventilador está conectado al agarre de la mano del usuario, por lo que cuando el usuario hace el movimiento de jalar el mango estaría además haciendo rotar el ventilador y por lo tanto ofrecería una resistencia adicional.

En la figura 6.3 se puede observar el diseño interior del ventilador. Fue diseñado de manera que permita una rotación fluida dentro del mecanismo y que ofrezca cierta resistencia al movimiento con aletas onduladas que permiten una rotación más fluida.



Figura 6.3: Diseño propuesto para el ventilador (Elaboración propia)

La rotación del ventilador está conectada al agarre de la mano de la máquina del ascensor por medio de cadenas mecánicas y guiado por dos piñones. Los piñones se pueden observar en una vista trasera de la máquina del ascensor. Los piñones se aseguran que la cadena mantenga estabilidad y además direccionan el inicio y el final de la cadena. Todo el sistema del ventilador, los piñones y la cadena está alineado por medio de un eje pasante. Además, la cadena cuenta con un tensor en la parte inferior del mecanismo la cual permite que vuelva a su posición inicial.



Figura 6.4: Diseño propuesto para la rotación del ventilador (Elaboración propia)

La cadena luego es unida al punto de agarre de las manos. Los mangos donde se colocan las manos fueron extendidos para que fuera posible unir la cadena en el centro del agarre, o de las manos, y así el esfuerzo adicional fuera equivalente para ambos brazos. Esta extensión también se puede ver como un beneficio del punto de vista ergonómico ya que permite variar el punto de agarre. Si un usuario desea trabajar con las manos más separadas o más juntas es posible hacer el ajuste según sea la posición más cómoda.

Con el fin de que sea posible variar la resistencia del mecanismo, el cobertor del ventilador cuenta con un regulador. De esta manera se puede controlar las aberturas del cobertor y modificar el flujo de aire por el ventilador.

En la figura 6.5a y 6.5b se puede observar ambas posiciones del mecanismo y la posibilidad de variar la resistencia del mismo.



Figura 6.5: (a) Cobertor del ventilador en posición abierta. (b) Cobertor del ventilador en posición cerrada (Elaboración propia)

## 6.2. Elevador

## 6.2.1. Dimensiones antropométricas

Para poder asegurar que el modelo del Elevador es ergonómico se realiza una comparación entre las mediciones anatómicas de la población Colombiana (Avila-Chaurand et al., 2007) y las dimensiones que del mecanismo considerando un margen de diferencia entre las mismas de  $\pm 10$  cm con el fin de asegurar la ergonomía de la población promedio en esta máquina. El cuadro 6.3 resume las medidas escogidas para realizar la comparación.

Cuadro 6.3: Distancias anatómicas relevantes en la ergonomía del Elevador basadas en las figuras 4.1, 4.2 y 4.4. (Avila-Chaurand et al., 2007)

		Femenino (20-59)
#	Nombre de medida	Promedio (cm)
18	Altura de la fosa poplítea	38,3
38	Alcance anterior brazo	$65,\!8$
41	Largura nalga - fosa poplítea	46,1
23	Anchura bideltoidea	46,4

La toma de medidas de la máquina se realiza por medio de la herramienta de medición de Solid Works. La figura 6.6 presenta una muestra de la toma de dos de estas dimensiones. Además, en la tabla 6.4 se resumen todas las medidas encontradas en el modelo 3D.



Figura 6.6: (a) Alcance anterior del brazo máximo representado por la distancia al centro (línea negra). (b) Anchura de agarre representada por dz (línea azul) (Elaboración propia)

#	Nombre de medida	Valor (cm)
1	Altura de la fosa poplítea	41,4
2	Alcance anterior brazo	80,0
3	Largura nalga - fosa poplítea	66,3
4	Anchura de agarre	47,4

Cuadro 6.4: Distancias anatómicas obtenidas del modelo 3D del Elevador (Elaboración propia)

A partir de los datos presentados por los cuadros 6.3 y 6.4 y tomando en cuenta que se utilizaron las mediciones del promedio femenino, se pueden obtener las siguientes conclusiones. Primero, la altura de la fosa poplítea es de 38,3 cm en promedio para las mujeres y 41,4 cm medido en el asiento de la máquina hasta la base de la misma. Esto deja un margen de 3,1 cm entre el pie de la persona y el suelo, lo que se considera adecuado tomando en cuenta el margen de  $\pm 10cm$  que se mencionó con anterioridad.

Seguidamente, la medición del alcance anterior del brazo se considera adecuado, ya que la máquina puede superar los 65,8 cm que es la máxima distancia que la población promedio femenina puede estirar su brazo. Por lo tanto este valor no necesita modificaciones. La siguiente medición es la largura de la nalga a la fosa poplítea, como se puede observar en los cuadros 6.3 y 6.4. Se tiene una diferencia de 20,2 cm entre la medición anatómica y la medición de la

máquina, este valor se sobrepasa del margen de  $\pm 10 \, cm$  por lo que se realiza una modificación en el largo del asiento de la máquina para que la persona pueda apoyar la parte baja de la espalda en el respaldar. En este caso se realiza una disminución de 25 cm de esta dimensión, pasando de 66,3 cm a 41,3 cm para evitar que la persona sienta incomodidad al posar la fosa poplítea con el borde del asiento.

Finalmente, la anchura bideltoidea que debe ser menor al ancho del agarre, en este caso, fuentes como Hansen (sf) mencionan que el ancho de agarre adecuado para el press de banca es un poco más ancho que el ancho de hombros. Haciendo la comparación entre los datos de los cuadros 6.3 y 6.4 tenemos una diferencia de 1 cm, para cumplir con lo dicho por el autor, este ancho se aumentará un total de en 10 cm. Por lo tanto, las nuevas mediciones de la máquina se resumen en el cuadro 6.5.

Cuadro 6.5: Distancias anatómicas seleccionadas para el modelo 3D del Elevador (Elaboración propia)

#	Nombre de medida	Valor (cm)
1	Altura de la fosa poplítea	41,4
2	Alcance anterior brazo	80,0
3	Largura nalga - fosa poplítea	41,3
4	Anchura de agarre	57,4

## 6.2.2. Mecanismo

La segunda parte del tercer objetivo consiste en proponer un diseño que permita a los usuarios ajustar la resistencia del ejercicio. Para este modelo en específico se tomó la decisión de incorporar resortes que puedan ser acoplados y desacoplados al mecanismo, permitiendo a la persona ajustar la resistencia como desee. Este mecanismo se inspira en el funcionamiento de los *damper clutch* que son utilizados en automóviles para aislar las vibraciones del motor de la caja de cambios.

La intención del uso de este mecanismo es que, entre los discos del sistema, pueda haber un giro de hasta 40° correspondiente al rango de movimiento que la persona efectuaría en el movimiento (incluyendo cierto margen para personas con brazos más largos). Al generar este movimiento relativo, se realiza una compresión de los resortes del sistema, generando así una fuerza de reacción que se opone al movimiento de empuje que realiza el sujeto. Estos sistemas de resortes pueden acoplarse o desacoplarse del mecanismo, permitiendo a la persona elegir la resistencia que sea adecuada para ella.

Para el Elevador, el damper clutch se modifica de manera que está compuesto por 3 piezas circulares y dos resortes. La figura 6.7 permite identificar todas las piezas que componen el sistema. La pieza D1 no puede girar sobre su propio eje pero sí se puede desplazar longitudinalmente a través del riel de soporte. La pieza D2 sí puede girar en su propio eje y se desplaza longitudinalmente con el conjunto, la misma se acopla al mecanismo del Elevador permitiendo generar una fuerza de oposición al movimiento del mismo.



Figura 6.7: Isométrico del sistema compuesto por las piezas D1, D2 y resortes (los resortes no están representados) (Elaboración propia)

Debido a la naturaleza del sistema de resortes, la pieza AB del mecanismo debe modificarse para mantener la distancia A-B del eslabón original pero a su vez añadir la barra de acople la cual puede acoplarse al sistema de resortes. Esto causa que la pieza AB deba de ser más grande, por lo que se genera la modificación tanto de esta pieza como su soporte con la bancada. El diseño preliminar de esta pieza se muestra en la figura 6.8.



Figura 6.8: Isométrico del nuevo modelo propuesto de la pieza AB del mecanismo del Elevador (Elaboración propia)

La pieza de sujeción del sistema a la bancada se modificó. El nuevo elemento se muestra en la figura 6.9. Su modificación se llama riel de soporte. La misma tiene como función ser el soporte del punto A del mecanismo y permitir que los discos puedan ser desplazados longitudinalmente para ser acoplados y desacoplados al mecanismo. El riel de soporte cuenta con una cuña que permite mantener sin rotación las pieza D1 (la pieza D1 está representada en la figura 6.7).



Figura 6.9: Isométrico de la columna principal del Elevador, fijada a tierra en su base (Elaboración propia)

Finalmente, el mango de la pieza D2 pasa por una guía que permite ajustar la trayectoria de desplazamiento del sistema compuesto por D1 y D2. Su objetivo es restringir el movimiento de los sistemas D1 y D2 para ayudar al sujeto a acoplar y desacoplar el sistema de resortes de manera sencilla. Esta pieza está representada por la figura 6.10 y las piezas D1 y D2 por la figura 6.7.





En la figura 6.11 se presenta una vista en isométrico del Elevador con las modificaciones anteriormente mencionadas. Se presenta un detalle B con una vista más cercana del mecanismo incorporado con el fin de facilitar la comprensión del mismo y la ubicación de las diferentes partes.





También, para mayor comprensión del movimiento del mecanismo y la posición de los resortes, se presenta la figura 6.12 que muestra una imagen del mecanismo de resortes al inicio y al final del movimiento. De esta manera se logra observar la forma en que el componente D1 al mantenerse sin rotación, genera una compresión del resorte al realizar un movimiento con la máquina y por ende, se mueve la pieza D2.



Figura 6.12: (a) Posición del mecanismo al inicio del movimiento. (b) Posición del mecanismo al final del rango de movimiento (Elaboración propia)

## 6.2.3. Selección del resorte

El funcionamiento del mecanismo depende de la fuerza de compresión de los resortes, los cuales serán seleccionados por catálogo tomando en cuenta las características presentadas en el cuadro 6.6. Cabe destacar que la intensión del sistema de resortes es permitir a la persona aumentar en dos fases la cantidad de trabajo que realiza. Por lo tanto, se espera que al acoplar

un sistema de resortes al mecanismo, se pueda obtener un aumento del 15 % de la fuerza que se aplica en el punto M. Para lograr esto, se calcula una fuerza de oposición Z. Cabe mencionar que estos cálculos dependen de la información desarrollada en la sección 8.2.1.

La fuerza Z está comprendida por las ecuaciones 8.16 y 8.17 que representan las componentes Zx y Zy respectivamente y el valor de R está descrito por la ecuación 8.15. Mediante iteración realizada con Excel se obtiene un valor para la constante k que genera un aumento de la fuerza M de un 15%. Este valor es de 10 219,9 N/m por resorte. El resorte se comprime aproximadamente hasta la mitad de su longitud o sea 4,52 cm. La longitud del resorte se calcula mediante un radio de 5,75 cm desde el centro de rotación de cada disco y un ángulo de 45° aplicando la ecuación 5.56.

Cuadro 6.6: Características y rangos con que debe cumplir el resorte a seleccionar (Elaboración propia)

Característica	Unidad	Valor
Diámetro exterior	cm	2 a 3
Diámetro del orificio	cm	$^{3,5}$
Longitud libre	cm	9,03
Altura sólida	cm	3,5 a 4,5
Constante k	N/cm	102.2
Diámetro del alambre	cm	0,1 a 0,5

Observando el catálogo del fabricante Lee Spring y filtrando entre los rangos especificados en el cuadro 6.6, se seleccionan tres resortes diferentes que pueden funcionar para este mecanismo cuyas características se presentan en el cuadro 6.7. Se selecciona el modelo LHC 142J 06S ya que es el que presenta una constante de resorte más semejante al valor calculado anteriormente, concretamente de 58,29 lb/plg  $(102,44 \text{ N/cm})^1$ . Además, su precio no dista demasiado de los otros dos modelos estando en un valor intermedio. Su material de construcción es acero inoxidable de cromo níquel austenítico que cuenta con resistencia a la corrosión NKS (sf). Esta característica de los resortes es importante porque el sistema del Elevador estará a la intemperie.

Además, no se considera el modelo LHC 177T 06M ya que al contener alambre de piano, está hecho especialmente para resortes de precisión con altos niveles de tensión (BEKAERT, sf) y en este caso no aplica. El modelo LHC 192U 03S a pesar de contener también las características necesarias para el sistema, el precio del mismo hace que no valga la pena asumirlo ya que existen otros modelos que funcionan y son más económicos.

 $^{1}1$  N = 0,2248 lbf y 1 cm = 0,3937 plg

		Modelo			
Característica	Unidad	LHC 142J 06S	LHC 177T 06M	LHC 192U 03S	
Diámetro exterior	plg	1,095	1,687	1,937	
Diámetro del orificio	plg	1,125	1,75	2	
Longitud libre	plg	3,5	4	3,5	
Constante	lb/plg	58,29	55,8	59,826	
Altura sólida	plg	1,72	1,704	1,452	
Diámetro del alambre	plg	0,142	0,177	0,192	
Material		Acero Inoxidable	Alambre de Piano	Acero Inoxidable	
Precio	\$	19,90	15,96	29,450	

Cuadro 6.7: Características de tres modelos diferentes de resortes (Elaboración propia)

## 6.3. Columpio

#### 6.3.1. Dimensiones antropométricas

Con respecto a la ergonomía de las máquinas, se realiza un análisis de algunas dimensiones consideradas como críticas para el óptimo funcionamiento del movimiento. De esta manera, se toma en cuenta las dimensiones antropométricas de la población Colombiana (Avila-Chaurand et al., 2007) en comparación con las dimensiones de las máquinas actuales de hacer ejercicio con una tolerancia en la diferencia de  $\pm 10$  cm.

Las dimensiones críticas elegidas para el estudio, se detallan en el cuadro 6.8

Cuadro 6.8: Distancias anatómicas relevantes en la ergonomía del Columpio basadas en las figuras 4.1, 4.2 y 4.4. (Avila-Chaurand et al., 2007)

		Promedio femenino
#	Dimensión	20años - 59 años
		$(\mathrm{cm})$
11	Altura cromial	55
16	Altura del muslo	$14,\!1$
17	Altura de la rodilla	48,4
10	Altura cresta ilíaca medial	92,5
25	Anchura del tórax	1,.6
29	Anchura de las caderas	$37,\!3$
36	Anchura del pie	9
44	Largura del talón	18,5

El músculo del cuádriceps y la articulación de la rodilla son las principales partes del cuerpo que se involucran en el movimiento del press de pierna. La mejor posición que puede tener el usuario en el equipo del Columpio al iniciar el movimiento es a una flexión de cadera de 45 y a una flexión de rodilla de 90. Esta posición se puede observar en la figura 6.13



Figura 6.13: Ángulos deseados al inicio del movimiento con el Columpio (Mohammadi and Sadeghi, 2012)

Tomando en cuenta lo anterior, se realizan mediciones del equipo con ayuda del software SolidWorks. Estas se encuentran en la figura 6.14a y 6.14b



Figura 6.14: (a) Vista frontal del Columpio (b) Vista lateral del Columpio (Elaboración propia)

Con las dimensiones del equipo se puede observar que el asiento es lo suficientemente alto para soportar la espalda del usuario, ya que la altura cromial es de 55 cm y la altura del asiento es de 52 cm. Además, el asiento tiene una anchura adecuada para el tórax de 18,6 cm. El asiento podría ser 10 cm más ancho para que el usuario se pueda sentar con mayor comodidad, ya que este mide 29 cm de ancho y la cadera del usuario 37,3 cm de ancho. Los descansa pies tiene una anchura adecuada para colocar los pies, por lo que no se considera necesario modificar esta dimensión.

Un punto importante a destacar de la figura 6.14a es que para el usuario meta de este proyecto, el respaldar del asiento se encuentra a una distancia tal de los descansa pies, que no le permite tener una posición ideal de flexión de cadera y de rodilla de 45° y 90° respectivamente. Actualmente, esta distancia es de 86 cm, así el usuario tiene una flexión de cadera de 34,47° y una flexión de rodilla de 111,7°. Para tener los ángulos deseados que se mencionaron anteriormente, la distancia entre el respaldar y el descansa pies debe acortarse 11 cm. Idealmente, este debería poder ajustarse.

Se concluye que para el nuevo diseño, se buscará acercar el respaldar al descansa pies 11 cm del diseño original. Además, el asiento se hará 10 cm más ancho para aumentar el confort del usuario. Por último, se aumentará la altura del asiento 3 cm para que se adapte a la altura cromial del usuario.

## 6.3.2. Mecanismo

Como se ha mencionado anteriormente, el objetivo del diseño que se propone para el mecanismo del Columpio es permitir al usuario ajustar la resistencia del equipo. Para este modelo en específico, se va a implementar el uso de un amortiguador hidráulico. En las siguientes secciones se realizará una selección detallada del amortiguador específico que se propondrá para el diseño final del Columpio. En la figura 6.15 se puede observar el diseño propuesto para que el lector pueda visualizar la implementación del amortiguador en el equipo.



Figura 6.15: Amortiguador hidráulico integrado a la máquina de ejercicio al aire libre del Columpio (Elaboración Propia)
#### 6.3.3. Selección del amortiguador

El primer punto a considerar para la selección del amortiguador es que este sea capaz de variar su resistencia. El tipo de amortiguador que se podría implementar en el Columpio, debe ser capaz de regular su velocidad de extensión de tal forma que entre mayor sea la velocidad del amortiguador, mayor será la resistencia que percibe el usuario durante el ejercicio. La razón por la cual se busca que el amortiguador tenga esta característica es para que el usuario tenga la posibilidad de modificar la resistencia que genera el equipo a la hora de realizar el ejercicio de extensión de rodilla.

Existen varios tipos de amortiguadores que permiten controlar su velocidad de extensión y/o compresión. Entre ellos se pueden mencionar amortiguadores de gas, amortiguadores hidráulicos y amortiguadores rotativos (Slam Proof Ltd, 2021).



Figura 6.16: (a) Amortiguador de gas (b) Amortiguador hidráulico (c) Amortiguador rotativo (ACE Stoßdämpfer GmbH, 2017)

Cada categoría se subdivide en diferentes tipos y modelos. Los amortiguadores de gas usualmente se fabrican a una presión fija que se alcanza cuando se comprime o extiende el vástago del pistón a su punto mínimo o máximo respectivamente, por lo que no permite variar su resistencia. Por otro lado, los amortiguadores rotativos sí permiten variar su resistencia dentro de un rango de diseño, pero requieren que se rote el vástago del pistón en relación con el cuerpo externo del amortiguador para realizar dicho cambio. Este tipo de movimiento no es compatible con la instalación del pistón en el equipo según lo muestra la figura 6.15. Además, su característica rotativa puede llevar al usuario a majar sus dedos al cambiarla resistencia, por lo cual no se considera adecuado para este tipo de aplicación. De esta forma, se decide instalar un amortiguador hidráulico, específicamente uno que permita regular la velocidad de forma lineal. Además, debe ser capaz de cambiar su resistencia, para que el usuario de la máquina biosaludable sea capaz de variar la resistencia a su gusto o necesidad. Consecuentemente, su diseño debe ser capaz de soportar dicha modificación. Por esta razón, se decide instalar un amortiguador con válvulas de control de flujo. Cuando el vástago del pistón entra y sale, el fluido hidráulico, contenido dentro del cilindro, es desplazado por el pistón a través de la válvula de control de flujo y en el espacio detrás del pistón. Existen amortiguadores de este tipo con una o dos válvulas de control de flujo. El primer caso, permite regular únicamente la velocidad de extensión o compresión del amortiguador. El segundo caso, permite regular tanto la velocidad de extensión como de compresión del amortiguador. Entre más cerrada se encuentre la válvula, mayor es la fuerza de resistencia que genera el amortiguador. Para evitar un bloqueo hidráulico, el volumen de aceite se equilibra mediante un acumulador. La amortiguador cuenta con dos válvulas, en caso de tener solo una, la configuración se realiza de forma externa e independiente en una sola dirección. En la figura 6.17 se puede observar un amortiguador hidráulico con dos válvulas de control de flujo del fabricante ACE.





Otro criterio de diseño importante es que el cuerpo del amortiguador, sin contar la longitud de extensión del pistón, debe tener una longitud cercana a 350 mm para que el columpio pueda estar en su posición de inicio con la silla a paralela al soporte del columpio. Además, debe ser capaz de estirarse hasta una longitud mínima de 530 mm para poder alcanzar al menos el rango de movimiento del usuario meta de este proyecto. En la figura 6.18 se puede observar la representación gráfica del amortiguador en la posición inicial en el tiempo t = 0 s (inicio del ciclo) y t = 1 s (mitad del ciclo).



Figura 6.18: (a) Posición del amortiguador en el tiempo t = 0 s (b) Posición del amortiguador en el tiempo t = 1 (Elaboración propia)

Es importante notar que los valores de longitud mencionados anteriormente, se miden tomando en cuenta que el amortiguador se encuentra a 68 cm de la parte superior del soporte del columpio. Entre más cerca esté el amortiguador del punto de pivote, menor será su trayectoria al momento en que el usuario realice la extensión de su rodilla, por lo cual menor va a ser la resistencia que experimente el usuario. Por el contrario, entre más abajo esté el amortiguador del pivote del columpio, mayor será su trayectoria durante el movimiento del usuario y por ende mayor será la resistencia que experimente el usuario. Sin embargo, el pistón no puede colocarse muy abajo, ya que este interfiere con las piernas del usuario y por ende de la ergonomía del equipo. De esa manera, la posición se eligió tomando en cuenta que el usuario debe ser capaz de alcanzar y ver los números sobre el ajuste del amortiguador con facilidad y que el amortiguador no debe interferir con el cuerpo del usuario.

Según la información que se encontró respecto a diferentes amortiguadores hidráulicos, se seleccionaron tres modelos distintos que se pueden acoplar al mecanismo del Columpio. Estos tres modelos se muestran en el cuadro 6.9.

	Unidad	Modelo				
Canacterística	NI / A	Weforma	ACE	Weforma		
Característica	N/A	WM-VD-32-250	$\operatorname{HBD-50-250}$	WM-VD-32-200		
Carrera	$\rm mm$	250	250	200		
Fuerza de extensión máxima	Ν	2000	6000	2000		
Fuerza de compresión máxima	Ν	600	1000	1000		
Fuerza de extensión mínima	Ν	40	100	40		
Fuerza de compresión mínima	Ν	40	150	40		
Peso	kg	0,77	$3,\!25$	0,67		
Longitud mínima del pistón	$\mathbf{m}\mathbf{m}$	375	342	325		
Longitud máxima del pistón	mm	625	592	525		

Cuadro 6.9: Características de tres modelos diferentes de amortiguadores hidráulicos (Weforma, 2020), (ACE Stoßdämpfer GmbH, 2021)

Los tres amortiguadores del cuadro 6.9 cuentan con dos válvulas de control de flujo, lo cual significa que la velocidad del pistón se puede modificar de forma externa e independiente para la extensión y flexión del rodilla. La función del amortiguador es generar una fuerza contraria respecto a la dirección del movimiento del vástago del pistón. De esta forma, cuando el usuario está extendiendo su rodilla, el vástago a su vez se estará extendiendo y el amortiguador generará una fuerza contraria que creará una resistencia sobre el movimiento de extensión. El usuario percibirá que necesita mayor fuerza para extender su rodilla. En la figura 6.19 se puede observar la dirección de la fuerza  $P_1$  que ejerce el amortiguador sobre la silla durante el movimiento de extensión de rodilla.



Figura 6.19: Dirección de la fuerza  $P_1$  que ejerce el amortiguador sobre el Columpio durante el movimiento de extensión de rodilla

Por otro lado, al momento de la flexión de la rodilla, el vástago se estará comprimiendo generando una fuerza contraria al movimiento de flexión y creará una resistencia a este movimiento. El usuario percibirá que necesita generar menor control durante el movimiento de flexión, ya que el amortiguador está ayudando al usuario en lugar de hacer el movimiento más difícil por lo cuál se disminuiría el trabajo en la fase excéntrica para el cuádriceps. En la figura 6.20 se puede observar la dirección de la fuerza  $P_1$  que ejerce el amortiguador sobre la silla durante el movimiento de flexión de rodilla.



Figura 6.20: Dirección de la fuerza  $P_1$  que ejerce el amortiguador sobre el Columpio durante el movimiento de flexión de rodilla

Idealmente, se debería seleccionar un amortiguador que solo permita la regulación de velocidad del vástago del pistón durante la extensión de rodilla, sin embargo, no fue posible encontrar información libre de diseño de este tipo de amortiguadores. Para fin de este proyecto, se toma la decisión de seguir usando la información de diseño de los amortiguadores del cuadro 6.9, sin embargo, se le aclara al lector la implicación de elegir un amortiguador con doble control de velocidad.

La selección del amortiguador se basó en dos aspectos principales; primero, que el movimiento del vástago sea adecuado para acoplarse al equipo del Columpio y segundo, que este sea capaz de generar una resistencia adicional que se adapte al ejercicio que se está realizando. Es importante notar que la confección física del nuevo mecanismo se encuentra fuera del alcance de este proyecto, por lo cual la selección del amortiguador también se vio limitada a la información accesible acerca de los valores de resistencia respecto a la fuerza de propulsión y la apertura de las válvulas de control de flujo. De esta forma, se elige el amortiguador modelo Weforma WM-VD-32-250. Si se observa el cuadro 6.9, el modelo ACE cumple con las longitudes mínimas y máximas de pistón recomendadas anteriormente, sin embargo, las fuerzas mínimas de compresión y tensión son bastante altas, por lo cual la resistencia mínima de la máquina aumentaría considerablemente. Por esta razón, se considera que, aunque cumple con las dimensiones correctas, este amortiguador no es adecuado para la aplicación meta que se busca y se descarta como opción a elegir. Por otro lado, el modelo Weforma WM-VD-32-200 tiene valores de fuerzas mínimas y máximas más bajas, lo cual es adecuado para agregar a la máquina biosaludable, sin embargo, no cumple con las dimensiones necesarias mencionadas anteriormente. Su longitud mínima, así como longitud máxima, son muy cortas y limitan el uso del equipo para otras personas, sobre todo por la longitud máxima. Por esta razón, se elimina como opción a elegir. Por último, el modelo Weforma WM-VD-32-250 cuenta con una fuerzas mínimas adecuadas y con longitudes de pistón que se pueden utilizar para la aplicación deseada. Es importante notar que la longitud mínima del pistón 20 mm más larga de lo que sería ideal para el equipo y la población meta. No obstante, esta es la opción que mejor se acomoda a las necesidades del equipo y por ende se elige como el amortiguador a incorporar en el Columpio.

La fuerza de resistencia que ejerce el amortiguador varía según la velocidad a la que se desplace el pistón. La relación con la que cambia la fuerza respecto a la velocidad va a depender de cada amortiguador y del diseño del mismo. En este caso, para el amortiguador seleccionado, no se cuenta con la información del fabricante respecto a la variación de la fuerza del amortiguador respecto a la velocidad de desplazamiento del pistón. La única información que presenta el fabricante en las especificaciones del modelo Weforma WM-VD-32-250 es la fuerza mínima y máxima de compresión y tensión que se pueden observar en el cuadro 6.9 y el rango de velocidades del pistón que varían entre  $0,015 \frac{m}{min}$  y 40  $\frac{m}{min}$ . Por otro lado, el fabricante ACE sí cuenta con gráficas que describen la relación entre la fuerza del amortiguador y la velocidad de desplazamiento del pistón gistones hidráulicos modelo DVC-32. Estas gráficas se pueden observar en la figura 6.21.



Figura 6.21: (a) Gráfica de control de la velocidad de compresión (b) Gráfica de control de la velocidad de tensión (ACE Stoßdämpfer GmbH, 2017)

Los modelos DVC-32 del fabricante ACE no se tomaron en cuenta dentro de las opciones de amortiguador a implementar en el diseño del columpio porque las dimensiones geométricas de estos modelos son muy pequeños para efectos de este proyecto. Para continuar con el análisis del amortiguador Weforma WM-VD-32-250, se asume que este tiene un comportamiento similar a las gráficas en la figura 6.21, pero con los límites de fuerza y rangos de velocidad propios del modelo del fabricante Weforma. De esta forma, se asume que las fuerzas tienen una tendencia de cambio exponencial respecto a la velocidad del movimiento del pistón, donde la fuerza mínima es de 40 N a 0,015  $\frac{m}{min}$ . Por otro lado, se asume que la velocidad a la cual el pistón alcanza la fuerza máxima de compresión o extensión, varía según la apertura de las válvulas de control del amortiguador. De igual forma, se asume que el comportamiento de la fuerza de compresión y la fuerza de tensión tienen la misma tendencia exponencial pero con valores distintos como el comportamiento del amortiguador DVC-32. De esta forma, la gráfica de control de la velocidad de compresión para el amortiguador seleccionado se puede observar en la figura 6.22a y la gráfica de control de la velocidad de tensión en la figura 6.22b.



Figura 6.22: (a) Gráfica de control de la velocidad de compresión (b) Gráfica de control de la velocidad de tensión (Fuente: Elaboración propia)

Se asume que la velocidad con la que se desplaza el pistón va a cambiar según la velocidad que se mueva el columpio, la cual a su vez está definida por el usuario. De esta forma es necesario relacionar la fuerza de resistencia y la velocidad de desplazamiento por una ecuación que luego pueda ser aplicada con la velocidad de movimiento del columpio. Para ello, se utilizan los gráficos en la figura 6.22, de tal forma que se ajustan con una tendencia exponencial y se obtiene la ecuación de la curva que relaciona la velocidad (variable x) con la fuerza (variable y). Cabe destacar que la ecuación para extensión y para compresión son diferentes, ya que ambos gráficos son distintos. Si el usuario decide colocar las válvulas del amortiguador en apertura total y el punto de sujeción entre el columpio y el amortiguador P<sub>1</sub> se desplaza en un momento específico t a una velocidad de  $0,3 \frac{m}{s}$ , se puede esperar una fuerza de compresión y una fuerza de tensión del amortiguador de aproximadamente 43,8 N y 57,3 N respectivamente. Por otro lado, si el usuario decide colocar las válvulas del amortiguador en 1/8 de apertura y se desplaza a la misma velocidad, se puede esperar un aumento de la fuerza de compresión y tensión a valore aproximados de 214,6 N y 391,1 N respectivamente.

## Capítulo 7

# Análisis de esfuerzos mecánicos

En esta sección se llevará a cabo los análisis de esfuerzos mecánicos de cada uno de los modelos propuestos en el capítulo anterior. Para este análisis se hace uso del programa de simulación ANSYS Workbench el cual está descrito en la sección 2.5.2. Para realizar el estudio de las máquinas biosaludabes, es necesario exportar los modelos 3D de cada una de las máquinas a formato .igs. Una vez definida la geometría de las mismas en el software, se realiza el mallado de cada equipo. Seguidamente se seleccionan las fuerzas externas que se aplican sobre la máquina así como los puntos de apoyo fijos de la misma y se definen en el software para que este sea capaz de modelar los equipos con las cargas que se obtuvieron con el modelo cinético. Por último, se elige utilizar análisis de Esfuerzo Cortante Máximo sobre la máquina y encontrar su factor de seguridad. Además, no busca saber el por qué falló una parte en específico, sino un conocimiento general del comportamiento del mecanismo bajo las cargas mencionadas. Se selecciona como material acero estructural cuyas características se encuentran en el cuadro 7.1

Propiedad	Unidad	Valor
Densidad	${ m kg} { m m}^3$	7800
Tensile Yield Strength	Pa	2,5028e + 8
Compressive Yield Strength	Pa	2,500e+8
Tensile Ultimate Strenght	Pa	3,999e + 8

Cuadro 7.1: Propiedades del acero estructural utilizado (ANSYS Inc, 2020)

## 7.1. Ascensor

Tomando las condiciones mencionadas anteriormente, se procede a construir el modelo estructural utilizando el Software Ansys.

Se utiliza una simplificación del mecanismo del ascensor donde se mantienen las partes más significativas del modelo y las partes en donde se encuentra mayor interés de encontrar la posibilidad del fallo. Este modelo se presenta en la figura 7.1.



Figura 7.1: Modelo del Ascensor simplificado utilizado para realizar simulaciones en el programa ANSYS (Elaboración propia)

Para una persona que pesa 59.8 kg, la fuerza máxima ejercida es de 123 N aproximadamente en el punto de agarre de la mano. Este valor fue obtenido anteriormente de la figura 8.6. Para el desarrollo del análisis, se exporta el modelo 3D simplificado a formato .igs.

Se realiza un mallado de la estructura utilizando un Body Sizing de 0.01 m. En la figura 7.2 se muestra el resultado del mallado.



Figura 7.2: Modelo del Ascensor con el mallado realizado (Elaboración propia)

A continuación, se colocan las fuerzas reactivas de la estructura. Inicialmente se coloca una fuerza en el asiento del mecanismo equivalente a 59,8 kg (586,64N) en dirección Y negativa.

Además, se coloca un soporte fijo en la parte inferior de la máquina (punto E en la figura 7.3). La fuerza total que realiza la persona corresponde a 123N, los cuales se colocan en los puntos de apoyo de la mano en la máquina. Por último, se incluye la fuerza generada por el ventilador correspondiente a 35N. En la figura 7.3 se muestra la ubicación de las fuerzas colocadas en la simulación del mecanismo



Figura 7.3: Posición de las fuerzas en la simulación del Ascensor (Elaboración propia)

Una vez colocadas las fuerzas principales del mecanismo y con la malla generada, es posible generar los resultados correspondientes al análisis estructural de la máquina. En las figuras 7.4 y 7.5 se muestran los resultados de la deformación y el esfuerzo cortante máximo que generan las fuerzas sobre el mecanismo.



Figura 7.4: Resultado deformación generada por los esfuerzos en el Ascensor (Elaboración propia)





De estas dos figuras se pueden sacar conclusiones con respecto al comportamiento estructural del mecanismo. En el caso de la deformación total, se muestra que la zona con mayor deformación corresponde al agarre de las manos. Este comportamiento se debe a que en ese mismo punto de contacto entre el usuario y la máquina, se aplica la fuerza de resistencia del ventilador por medio de la cadena. Es decir, es el punto con la mayor cantidad de fuerzas ejercidas sobre él.

En la siguiente tabla se muestran los resultados tabulados de la simulación realizada.

Cuadro 7.2: Resultados de los análisis realizados en el programa ANSYS (Elaboración propia)

Anólisis	$\operatorname{Resultados}$				
Allalisis	Unidades	Valor Mínimo	Valor Máximo		
Deformación total	m	0	0,0030		
Esfuerzo cortante máximo	Pa	8,88e-7	1.10e7		
Factor de seguridad	sin unidades	$\infty$	22,9		

Como se puede observar en los resultados mostrados en la tabla 7.2, la deformación máxima corresponde a 0,0030mm, lo cual se considera despreciable considerando el tamaño total de la máquina. Además, el valor máximo del Esfuerzo Cortante Máximo de la simulación es de 11,0 MPa. El esfuerzo de fluencia  $S_y$  en tensión del acero estructural programado para la simulación es de 250 MPa, bastante mayor que el valor  $\tau_{max}$  por lo que se considera lejos del fallo, además de que el factor de seguridad para el esfuerzo máximo da 22,9. Por esta razón, no se considera necesario realizar ninguna modificación al mecanismo ya que un factor de seguridad de 22,9 se considera muy por encima del necesario para un diseño estructural seguro.

## 7.2. Elevador

Como se mencionó en la sección 6.2.2, cada sistema de resortes debe aumentar en un 15% la cantidad de fuerza que debe ejercer la persona para levantar el peso de su cuerpo (como son dos sistemas de resortes, en total es un 30% más). Para una persona que pesa 59,8 kg, la fuerza máxima que debe ejercer es de 488,26 N (244,13 N por mano), por lo tanto, cada resorte debe ejercer 461,94 N de fuerza contraria (tomando en cuenta que son 4 resortes, dos por sistema). Éstas son las fuerzas críticas que se utilizarán en el análisis estructural llevado a cabo con el programa de ANSYS.

Para el desarrollo de este análisis, se exporta el modelo en 3D con todas las modificaciones al formato .igs, este modelo exportado se presenta en la figura 7.6, el mismo es una simplificación del modelo original donde solo se mantienen las partes significativas del modelo. Se coloca como soporte fijo la circunferencia interna del punto D del mecanismo (figura 7.7a) y como soporte sin fricción la circunferencia interna de todas las piezas que pasan por el eje del punto A del mecanismo (figura 7.7b).



Figura 7.6: Modelo del Elevador simplificado utilizado para realizar simulaciones en el programa ANSYS (Elaboración propia)



Figura 7.7: (a) Soporte fijo en el punto D encerrado en un círculo y (b) Soportes sin fricción del punto A encerrado en un círculo (Elaboración propia)

Se realiza un mallado de la estructura con un Body Sizing en el brazo derecho e izquierdo y en el estabón BC con un tamaño de 0,02 m. También se realiza un Body Sizing en los sistemas de resortes y el eslabón CD con un tamaño de 0,01 m. Se aplica un Patch Conforming Method de Tetrahedrons a toda la estructura, la figura 7.8 permite observar cómo queda el mallado resultante.



Figura 7.8: Modelo con el mallado realizado (Elaboración propia)

Seguidamente se sitúan las fuerzas reactivas en la estructura. Primero se coloca un peso de 59,8 kg (586,64 N) en el centro del asiento en dirección Y negativa. La fuerza total que realiza la persona se divide entre cada brazo en dirección X positiva, por lo tanto, se colocan dos fuerzas de 244,13 N por mano en el punto M. La posición de ambas fuerzas se encuentran representadas en la figura 7.9a. Finalmente, se colocan cuatro fuerzas de 461.94 N en la posición de cada resorte de los sistemas de resortes en las dirección que se muestran en la figura 7.9b.



Figura 7.9: (a) Posición de la fuerza del peso corporal (flecha azul) y la fuerza que ejercen las manos del individuo (flecha roja) y (b) Posición de las fuerzas de los resortes en los sistemas de resortes (Elaboración propia)

Anólisis	Resultados				
Allalisis	Unidades	Valor Mínimo	Valor Máximo		
Deformación total	m	0	0,0056621		
Esfuerzo cortante máximo	Pa	0,39099	1,9256e7		
Factor de seguridad	sin unidades	$\infty$	13,0		

Cuadro	7.3:	Resul	ltados	de l	os análisis	realizad	os en	el	programa	ANSYS (	Elaboración (	pror	oia)
									r . O			r · r	

Como se puede observar con los resultados de cada análisis en el cuadro 7.3, la deformación máxima que corresponde a 0,566 cm, lo cual es muy poco debido a que es menos de un centímetro, sin embargo; mediante la aplicación de las diferentes teorías de deformación se pretende dar un criterio de si ésta deformación es poca o demasiada para este material. En la figura 7.10 se observa con detalle, las partes del mecanismo que son expuestas a mayor deformación.



Figura 7.10: Modelo con colores simbolizando la deformación generada por los esfuerzos en el sistema (Elaboración propia)

En la figura 7.11 se observa el modelo cromático de los resultados de la prueba de Esfuerzo Cortante Máximo de ANSYS. Los colores amarillos y verdes representan las partes más vulnerables del mecanismo al realizar la simulación con dicha teoría y sus resultados numéricos se encuentran en el cuadro 7.3.



Figura 7.11: Modelo con colores simbolizando la afectación de los esfuerzos en el sistema (Elaboración propia)

Como se mencionó en el cuadro 7.1, el valor máximo resultante del Esfuerzo Cortante Máximo de la simulación es de  $\tau_{max} = 19,25$  MPa. El esfuerzo de fluencia  $S_y$  en tensión del acero estructural programado para la simulación es de 250 MPa, bastante mayor que el valor  $\tau_{max}$  por lo que se considera lejos del fallo. Además, se calcula un factor de seguridad de 13,0, sin embargo; no hay que olvidar que esta teoría es muy conservadora, genera valores aproximadamente un 15% menores que los reales (Budynas and Nisbett, 2012).

El factor de seguridad brindado por el cuadro 7.3 es calculado mediante el software con el esfuerzo de von Mises y la ecuación 2.3. Esta teoría no es tan conservadora como la teoría del Esfuerzo Cortante Máximo por lo que es esperado obtener un factor de seguridad un 12,86 % mayor. Finalmente, no se considera necesario realizar ninguna modificación al mecanismo ni a sus partes ya que se considera seguro debido a que puede soportar fuerzas hasta seis veces mayores.

## 7.3. Columpio

Para el desarrollo de este análisis, se exporta el modelo en 3D con todas las modificaciones al formato .igs, este modelo exportado se presenta en la figura 7.12, el mismo es una simplificación del modelo original.



Figura 7.12: Modelo del Columpio simplificado utilizado para realizar simulaciones en el programa ANSYS (Elaboración propia)

El siguiente paso del análisis estructural consiste en realizar el mallado del modelo del Columpio. Para el mallado, se especifica que el tamaño máximo de elemento que esta debe tener es de 0,01 m y además agrega una función de body sizing específicamente para el soporte en U de la estructura que une el columpio con el soporte central y se especifica un tamaño de elemento máximo de 0,008m. En la figura 7.13 se puede observar el mallado de la estructura y la malla con mayor detalle en la figura 7.14.



Figura 7.13: Modelo del Columpio con el mallado realizado (Elaboración propia)



Figura 7.14: (a) Detalle del mallado de la estructura central y el columpio (Elaboración propia) (b) Detalle del mallado de la estructura en U que une el soporte central y el columpio (Elaboración propia) (c) Detalle del mallado del columpio y el punto de apoyo de los pies en la estructura central (Elaboración propia)

Seguidamente se sitúan las fuerzas reactivas en la estructura. Es importante mencionar que el análisis estructural que se realiza es estático, por ende, es necesario elegir una posición específica del mecanismo a lo largo del recorrido de la misma. Para el caso del Columpio, se elige el momento donde las fuerzas reactivas del amortiguador es la más alta; lo anterior ocurre cuando el ángulo  $\theta_1$  es igual a 28° cuando el usuario está extendiendo las rodillas. Primero se coloca un peso de 59,8 kg (586,64 N) en el centro del asiento en dirección Y negativa perpendicular al asiento. Luego, se especifica la fuerza en los puntos de apoyo del pie sobre el soporte central la cual tiene una magnitud de 458,5 N así como las fuerza de reacción del amortiguador sobre el columpio cuya magnitud es de 36,1 N. Además, se coloca una condición de soporte fijo sobre la estructura central del mecanismo. El detalle de la posición de las fuerzas se puede observar en la figura 7.15. En la figura 7.15 las fuerzas son de color rojo y los puntos de apoyo fijo son de color morado. La fuerza A corresponde al peso del usuario, la fuerza D representa la fuerza de reacción del amortiguador sobre el columpio y las fuerzas F y E representan la fuerza de reacción en los puntos de apoyo del pie sobre el soporte central.



Figura 7.15: Posición de las fuerzas y de apoyos fijos en la simulación de Ansys para el Columpio (Elaboración propia)

Una vez definidas las fuerzas y los apoyos principales del mecanismo, es posible generar los resultados correspondientes al análisis estructural del mecanismo. En las figuras 7.16 y 7.17 se muestran los resultados de deformación total y del esfuerzo cortante máximo del Columpio respectivamente.



Figura 7.16: Resultado de la simulación de la deformación total de la estructura del Columpio (Elaboración propia) (Elaboración propia)



Figura 7.17: (a) Resultado de la simulación del esfuerzo cortante generado sobre la estructura del Columpio (Elaboración propia) (b) Ubicación del esfuerzo cortante máximo sobre la estructura del Columpio (Elaboración propia)

A partir de los resultados de la simulación, se puede concluir que la zona de mayor deformación para el mecanismo del Columpio ocurre al extremo de la silla donde se sienta del usuario. Este comportamiento es esperable, ya que el columpio debe soportar el peso del usuario y la estructura que se mueve está únicamente soportado en el punto de pivote con el soporte central y no hay otro apoyo sobre el suelo que ayude a mitigar la deformación que genera el simple hecho de que el usuario se siente sobre el mecanismo. Además, el peso del usuario es la fuerza con magnitud más alta que se aplica sobre el mecanismo. Es importante mencionar que si se observa los resultados numéricos en la figura 7.16, la deformación máxima es muy pequeña, sin embargo si solo se ve la figura, pareciera que se ha deformado mucho. Esto se debe a que la imagen tiene un factor de escala de 150x veces la deformación real para que sea más sencillo entender la forma en que se deforma el Columpio, sin embargo no es representativa de la magnitud. Por otro lado, el esfuerzo máximo cortante ocurre en el soporte en U, donde se une el columpio con el soporte central como se muestra en la figura 7.17b. En la simulación, los esfuerzos más altos ocurren en esquinas cuadradas, por lo que se podría agregar un redondeo en esas secciones para evitar tener esfuerzos altos en esos puntos. Además, por medio de esta conexión en U es que se está soportando el peso del usuario, por lo cual se espera que este sea el punto de mayor probabilidad de falla. En el cuadro 7.4 se muestran los resultados tabulados de la simulación realizada.

Cuadro 7.4: Resultados de los análisis realizados en el programa ANSYS para el mecanismo del Columpio (Elaboración propia)

Análicia	Resultados				
Allalisis	Unidades	Valor Mínimo	Valor Máximo		
Deformación total	m	0	0,00078594		
Esfuerzo cortante máximo	Pa	1,1619e-7	1,7353e7		
Factor de seguridad	sin unidades	14,70	15		

Como se puede observar en el cuadro 7.4, la deformación máxima del mecanismo cuando las fuerzas de reacción son las más altas corresponde a 0,786 mm lo cual es bastante bajo comparado al tamaño total del mecanismo. Además, el valor máximo del esfuerzo cortante es de 17,74 MPa. Tomando en cuenta que el esfuerzo de fluencia en tensión del acero estructural que está utilizando la simulación es de 250 MPa, el factor de seguridad del mecanismo es de 14,70. Debido a este resultado, no se considera necesario realizar modificaciones en la estructura del mecanismo ni a sus partes, ya que se considera seguro debido al hecho de que puede soportar fuerzas hasta 14 veces mayor de las que se están aplicando para esta simulación.

## Capítulo 8

# Evaluación del diseño propuesto

En esta sección se realiza una comparación de la cantidad de trabajo que se puede realizar con el modelo original (calculado en el capítulo 5) y la cantidad de trabajo que se puede hacer con los modelos modificados. Para este análisis cabe destacar que no se realiza una explicación detallada del análisis cinemático de los nuevos diseños porque la base mecánica de cada máquina no cambia considerablemente de forma que se afecte las bases del análisis ya realizado en el capítulo 3. Consecuentemente, para realizar esta comparación, es necesario realizar un nuevo análisis cinético de cada máquina, ya que las mejoras implementadas buscan modificar la resistencia de las máquinas biosaludables dentro del alcance del proyecto y por ende, las fuerzas de reacción del equipo y la cantidad de trabajo que se puede realizar con cada máquina van a cambiar.

#### 8.1. Ascensor

#### 8.1.1. Análisis cinético

El análisis cinético del diseño propuesto es muy similar respecto al análisis del mecanismo original realizado previamente. La única diferencia en términos de cinemática que sufre el mecanismo es la extensión del eslabón del punto de agarre de las manos en el punto M. Adicionalmente, se incluye una fuerza adicional (F) la cual genera una resistencia al movimiento proveniente del ventilador que se detalla en la figura 6.2.

Por esta razón, los únicos eslabones que modifican su Diagrama de Cuerpo Libre es el eslabón BAM, el cual se observa a continuación:





Dado que los dos eslabones sufren un cambio en su DCL, es necesario generar nuevas ecuaciones para esos eslabones como se muestra a continuación:

Elemento BAM

$$-F\cos\mu - B_x + A_x - M_x = a_{G1x}m_{BAM}$$
(8.1)

$$F\sin\mu - B_y + A_y + M_y - W_{AB} = a_{G1y}m_{BAM}$$
(8.2)

$$B_y(GB_x) - B_x(GB_y) - A_y(GA_x) - A_x(GA_x) - A_x(GA_y) + M_y(GM_x) + M_x(GM_y) + F\cos\mu(GM_y) + F\sin\mu(GM_x) = I_{AB}\alpha_1 - M(8.3)$$

Si bien todas las fuerzas son afectadas por este cambio y por el cambio de masa del eslabón de agarre, los DCL se mantienen iguales por lo que se puede hacer referencia a los Diagramas de Cuerpo Libre construidos en la sección 3.

Adicionalmente, el eslabón DC aumenta su inercia al agregar el ventilador en la base de la estructura. La inercia y la masa de los eslabones modificados es la siguiente, tomada del modelo de Solidworks para este mecanismo:

Cuadro 8.1: Cambio de masa e inercia según nuevo diseño del Ascensor (Elaboración propia)

	Inercia Recalculada (kg $m^2$ )	Masa Recalculada (kg)
Eslabón BAM	2,48	$25,\!36$
Eslabón DCH	461,1	270,2

#### Cálculo de Fuerza F

Como se mencionó anteriormente, la fuerza F que se presenta en los DCL representa la fuerza de resistencia que genera el ventilador contrario al movimiento del ascensor.

Para calcular el valor de la fuerza F del ventilador, se realiza un DCL del sistema del ventilador y la transmisión de la fuerza como se muestra en la siguiente figura:



Figura 8.2: Diagrama de cuerpo libre del ventilador (Elaboración propia)

Desarrollando en el DCL mostrado en la figura anterior, el ventilador cuenta con la fuerza que genera la resistencia con el viento, la cual sería F viento y además posee una velocidad tangencial. El engrane (círculo rojo) cuenta con una fuerza F, la cual se transmite por medio de la cadena hasta el punto M. La fuerza F es la fuerza que se debe obtener a partir de ecuaciones de movimiento. Por último, el ventilador y el engrane están unidos por medio de un eje de transmisión que cuenta con un torque T.

Tomando en cuenta las fuerzas que afectan el mecanismo del ventilador-engrane, se realizan dos ecuaciones de movimiento:

$$F = R_E T \tag{8.4}$$

$$T = R_V F_V - V_{tan} * R - I_V \alpha \tag{8.5}$$

A partir de las dos ecuaciones anteriores, se despeja el Torque T y se iguala para ambas ecuaciones y obtener la fuerza F de salida del engrane, la cual se incluye en las ecuaciones 8.1, 8.2 y 8.3.

La ecuación para la fuerza F despejada del DCL del sistema ventilador-engrane es la siguiente:

$$F = R_E (R_V F_V - V_{tan} R - I_V \alpha) \tag{8.6}$$

donde,

F es la fuerza de salida (N)  $R_E$  es el radio del engrane (m)  $R_V$  es el radio del ventilador (m)  $F_V$  es la fuerza del viento (F)  $V_{tan}$  es la velocidad tangencial (rad/s) R es el radio de la ubicación del centro de masa de cada álabe (m)  $I_V$  es la inercia del ventilador (kg m<sup>2</sup>)  $\alpha$  es la aceleración angular del ventilador (rad/s<sup>2</sup>)

#### • Fuerza del viento

Según Clement (2002), la fuerza del viento ejercida sobre una estructura se calcula con la siguiente fórmula

$$F_{viento} = APC_d \tag{8.7}$$

donde,

A es el área superficial de los álabes,  $0,6 \text{ m}^2$ 

P es la presión ejercida, 0,613 $v^2~({\rm N/m^2})$ 

v es la velocidad con la que los álabes hacen contacto con el viento, la cual se va a calcular en la siguiente subsección.

 $C_d$  es el coeficiente de arrastre del viento, según la geometría del álabe. Según de Piolenc and Wright (2001), el coeficiente de arrastre máximo que puede tener un álabe de un ventilador es de 0,8. Sin embargo, ya que el diseño propuesto debe tener una variación de resistencia el coeficiente de arrastre se variará según el ángulo de los álabes del ventilador. Por esta razón, se construirán 3 niveles de resistencia diferentes con 0,7, 0,8 y 0,9 para evaluar el impacto de la variación del ángulo del álabe. Cabe resaltar que los coeficientes de arrastre fueron tomados de literatura y son aproximaciones para álabes de un ventilador.

#### Velocidad tangencial

La velocidad tangencial del ventilador se calcula utilizando una ecuación de ligadura de todo el mecanismo del Ascensor, relacionando el desplazamiento de la mano con el desplazamiento del ventilador y derivando para obtener la velocidad. Se utiliza una ecuación de ligadura ya que el objetivo es relacionar directamente el movimiento de la mano con el movimiento del ventilador. La ecuación de ligadura se obtiene de la siguiente imagen.



Figura 8.3: Imagen de ligadura del mecanismo Ascensor (Elaboración propia)

De la imagen anterior se obtiene la siguiente ecuación:

$$S_V + h + S_M + EM = l \tag{8.8}$$

Donde  $S_M$  es el desplazamiento del punto M (el punto de agarre de la mano). Este desplazamiento ya había sido obtenido en el análisis cinemático del mecanismo en la sección 3.

$$M_y = HM\sin\beta_1 + \beta_5 \tag{8.9}$$

h es la altura del ventilador al punto E (m)

 $S_M$  es el desplazamiento del ventilador (m)

 $\rm EM$  es la distancia entre el punto  $\rm E~y~M(m)$ 

l es la distancia total de la cadena de transmisión

Al derivar una vez la ecuación 8.8 se obtiene que:

$$V_V = -V_M \tag{8.10}$$

es decir, la velocidad del ventilador es el opuesto a la derivada del desplazamiento de la mano. Por esta razón se deriva una vez la ecuación 8.9 y de esta manera se obtiene la velocidad lineal del ventilador y al multiplicarla por el radio del ventilador se obtiene la velocidad angular.

#### Aceleración angular

La última variable pendiente de obtener es la aceleración angular del ventilador, al tener ya la velocidad angular se divide por el tiempo de un periodo, el cual se tenía definido 2 segundos y de esta manera se obtiene la aceleración angular del ventilador.

Las variables restantes de la ecuación 8.6 se obtienen utilizando el modelo construido el Solidworks.

Se grafica la ecuación 8.6 y se obtiene el siguiente resultado



Figura 8.4: Gráfico de la fuerza ejercida por el ventilador (Elaboración propia)

Este gráfico se caracteriza por poseer el mismo comportamiento cíclico y además cuenta con 3 grupos de datos distintos, los cuales corresponden a las variaciones de resistencia que se le aplican al mecanismo. En el caso de la Fuerza 2, la resistencia se baja al mínimo. Por otra parte, la Fuerza 3 la fuerza alcanza valores de hasta 11 N en caso de que un usuario quiera contar con un mecanismo más robusto y con mayor resistencia.

#### Cálculo de fuerza M

Una vez obtenido el valor de la fuerza F para todos los puntos del movimiento, se incluye en las ecuaciones  $8.1,\,8.2$ y8.3

Esta fuerza se incluye en los DCL ilustrados en la figura 8.1 y se obtienen los valores de fuerza y trabajo con la resistencia adicional que genera el ventilador.

Con las modificaciones de los diagramas de cuerpo libre, es necesario generar nuevas ecuaciones y por lo tanto las gráficas de fuerza se modifican de la siguiente manera:

Los gráficos presentados en las siguientes figuras se construyeron simplemente con la fuerza 1 del gráfico 8.4.



Figura 8.5: Gráfico de fuerzas en los puntos A, B, C y D (Elaboración propia)



Figura 8.6: Gráfico de fuerzas en los puntos K, M, H (Elaboración propia)

De las figuras 8.5 y 8.6 se puede observar un aumento en las fuerzas, lo cual es esperable ya que se está incluyendo una fuerza adicional en el sistema.

Si bien la fuerza de mayor interés es la fuerza M ya que es la ubicada en el punto de agarre del usuario con la máquina y la que determina el trabajo realizado por el usuario. En la siguiente figura 8.7



Figura 8.7: Gráfico de la variación de la fuerza M (Elaboración propia)

De la figura anterior se observan cuatro fuerzas, la fuerza M inicial obtenida previo al cambio de diseño del mecanismo. Además, tres variaciones de la fuerza M con el nuevo diseño del mecanismo y la capacidad de variar la resistencia. La variación de la fuerza M viene a raíz de la variación de la fuerza F que se puede observar gráficamente en la figura 8.7 y que además se agrega en los diagramas de cuerpo libre de la figura 8.1.

#### 8.1.2. Comparación de trabajo realizado

Con la modificación de la fuerza F además se debe modificar el trabajo realizado presentado previo a las modificaciones de diseño del mecanismo.

Para el cálculo del trabajo realizado se utilizan las mismas ecuaciones 5.16, 5.17 y 5.18 y se obtiene el siguiente gráfico para las tres configuraciones además de una comparación con el trabajo realizado previo de el diseño de mejora del mecanismo.



Figura 8.8: Gráfico de la del trabajo de la fuerza M (Elaboración propia)

De esta manera se puede observar un aumento del 10 % en el trabajo que genera el usuario y además se ofrece en el mecanismo la posibilidad de variar esa resistencia con el fin de que mayor cantidad de usuarios puedan ajustar la máquina tipo Ascensor a su disposición.

## 8.2. Elevador

#### 8.2.1. Análisis cinético

El análisis cinético del nuevo diseño propuesto es muy similar respecto al análisis del mecanismo original, la diferencia más importante se encuentra en el eslabón AB el cuál se modifica según se mencionó en la sección 6.2.2. Se añade la fuerza de los sistemas de resortes Zx y Zy como se presenta en la figura 8.9. Estas fuerzas están a una distancia de 0.47 m del centro de masa G2 del eslabón. Por lo tanto, las ecuaciones pertenecientes a este diagrama de cuerpo libre son 8.11, 8.12 y 8.13 y sustituyen las ecuaciones 5.49, 5.50 y 5.51 respectivamente. Además, el cuadro 8.2 resume los valores relacionados a la masa, peso e inercia del eslabón modificado.



Figura 8.9: Diagrama de cuerpo libre del eslabón AB con la fuerza del punto Z (Elaboración propia)

$$Z_x + A_x - B_x + M_x = m_{AB}a_{G2x} ag{8.11}$$

$$Z_y + A_y - B_y + M_y - W_{AB} = m_{AB}a_{G2x}$$
(8.12)

$$-Z_{x}ZG_{2y} - Z_{y}ZG_{2x} - AxAG_{2y} - AxAG_{2y} + BxBG_{2y} + ByBG_{2x} + MxMG_{2y} + MyMG_{2x} = I_{AB}\alpha_{1}$$
(8.13)

Basado en la figura 8.10, y conociendo la distancia entre Z y G2 mencionada anteriormente, se puede encontrar  $\vec{ZG}_2$  mediante la ecuación 8.14. Cabe destacar que el ángulo constante  $\phi_3$ 

Eslabón AB				
Masa	$22,\!03$	kg		
Peso	$216,\!11$	Ν		
Inercia	3,01	$kgm^2$		

	· 1	• •	11 11/	10 10
( 'modro & 2. Do	tog do maga nogo	o inoroio	dol oclabo	) AR modutiendo
$\sqrt{11}$ auto $0.4.17$	$U_{0}$ $U_{0$			
0 aaa 0 0.1. D0	read and madely perce	0 11101 0100	0.01 0.0100.001	i iib iiio aiiioaao

se calcula geométricamente mediante el modelo 3D en el programa de Solid Works y da como resultado  $30,41^{\circ}$ .



Figura 8.10: Diagrama para la localización de la distancia entre Z y el centro de masa G2 en X y en Y (Elaboración propia)

$$\vec{ZG}_2 = |ZG_2(seno(\theta_1 - \phi_3), cos(\theta_1 - \phi_3))|$$
(8.14)



Figura 8.11: Diagrama de cuerpo libre del sistema de resortes para el modelo del Elevador modificado. (Elaboración propia)

Basado en el diagrama de cuerpo libre (DCL) de la figura 8.11, se puede calcular la fuerza dada por Z. Para esto, las fuerzas de los resortes R1 y R2 se calculan con la ecuación 8.15. Ambas tienen la misma magnitud debido a que los dos resortes se comprimen la misma distancia (4.52 cm) y tienen la misma constante de resorte k = 102,44 N/cm, por lo que  $R_1 = R_2 = R$ . Al realizar una suma de fuerzas en el eje X y en el eje Y sobre el DCL, se obtiene las fuerzas Zx y Zy (ecuaciones 8.16 y 8.17) donde  $N = \{0, 1, 2\}$ ,  $N \in R$  y representa la cantidad de sistemas de resortes acoplados al mecanismo del Elevador. En la figura 8.12 puede observarse el comportamiento de las fuerzas Zx y Zy.

$$R = K * \Delta x \tag{8.15}$$

Donde:

 ${\bf R}=$ fuerza del resorte, N<br/>  $\Delta x=$  diferencial de desplazamiento del resorte, m<br/> K= constante del resorte, N/m

$$Z_x = N * R(sen22,5^{\circ} - cos22,5^{\circ})$$
(8.16)

$$Z_y = N * R(\cos 67.5^\circ - \cos 22.5^\circ) \tag{8.17}$$

Donde:

 $Z_x$ ,  $Z_y$  = fuerza en el punto Z en dirección X y Y respectivamente, N N = número de sistemas de resortes acoplados, sin unidades R = fuerza del resorte, N



Figura 8.12: Gráfica de la fuerza generada por cada sistema de resortes en el punto Z en sus componentes X y Y (Elaboración propia)

#### Trabajo realizado

Finalmente, después de haber tomado todas las consideraciones anteriores. La gráfica de fuerza vs desplazamiento del punto M se presenta por la figura 8.13. La misma presenta el trabajo desarrollado por el mecanismo modificado en los tres diferentes niveles de personalización que se pueden realizar: sin ningún sistema de resortes, con un solo sistema de resortes, con dos sistemas de resortes. La cantidad de sistemas de resortes acoplados al sistema está simbolizada por la letra N.



Figura 8.13: Gráficas de fuerza vs desplazamiento del punto M en el mecanismo del Elevador modificado, en sus tres configuraciones (Elaboración propia)

Como se realizó en la sección 5.2.2, se calcula el trabajo con el mismo diferencial de desplazamiento de calculado en dicha sección y con la ecuación 8.18. En el cuadro 8.3 se

resumen los valores de trabajo calculados.

$$W = \sum_{i}^{n} M_{xi} \Delta x_i + M_{yi} \Delta y_i \tag{8.18}$$

Donde:

W = trabajo realizado por fuerza M, Nm  $M_{xi}$  = componente de M en eje X en un ángulo  $\theta_1$  determinado, N  $M_{yi}$  = componente de M en eje Y en un ángulo  $\theta_1$  determinado, N  $\Delta x$  = proyección en x del diferencial de círculo ds, m  $\Delta y$  = proyección en y del diferencial de círculo ds, m

Cuadro 8.3: Resultados de la ecuación 5.60 aplicada a cada tipo de personalización que se le puede aplicar el mecanismo del Elevador modificado. Donde: Z=0 implica que ningún sistema de resortes está acoplado, Z=1 tiene un sistema de resortes acoplado y Z=2 tiene dos sistemas de resortes acoplados (Elaboración propia).

Modificación	Trabajo (J)
Z=0	332,29
Z=1	$376,\!28$
Z=2	420,27

#### 8.2.2. Comparación de trabajo realizado

Finalmente, el cuadro 8.4 y la figura 8.14 compilan todos los datos comparativos reportados por la sección 5.2.2 y el cuadro 8.3 y las figuras 5.22 y 8.13. Esto permite generar una vista más clara de cómo se observan los cambios en la cantidad de trabajo que la persona ejecutaría con uno u otro modelo.

Cuadro 8.4: Resultados del trabajo generado por el mecanismo del Elevador sin modificar y todas las configuraciones del mismo modificado. Donde: Z=0 implica que ningún sistema de resortes está acoplado, Z=1 tiene un sistema de resortes acoplado y Z=2 tiene dos sistemas de resortes acoplados (Elaboración propia).

Modificación	Trabajo (J)
Sin modificar	$361,\!15$
Z=0	$332,\!29$
Z=1	$376,\!28$
Z=2	420,27



Fuerza M vs Diferencial de desplazamiento ds

Figura 8.14: Gráficas de fuerza vs desplazamiento del punto M en el mecanismo del Elevador para el modelo sin modificar y para el modelo modificado en sus tres configuraciones posibles (Elaboración propia).

Primero, analizando los datos totales de trabajo generado dados por el cuadro 8.4, se genera respecto al modelo sin modificar una diferencia del -8,68 % con respecto al modelo modificado sin ningún sistema de resortes acoplado. Esto se puede dar debido a que el sistema sufrió modificaciones en la longitud de sus eslabones y también en la parte constructiva de los mismos, haciendo que algunos eslabones pasaran a tener menos masa y otros mayor masa, cambiando sus centros de masa y su vez el peso y los momentos de inercia respectivos.

La diferencia entre el sistema sin modificar y el modificado con un sistema de resortes y dos sistemas de resortes es de 4,02% y 14,27% respectivamente. Estos valores son esperados ya que los valores de la fuerza en el punto M aumentan un 16,24% y un 27,95% respecto al mismo sistema sin los sistemas de resortes lo cual es un efecto esperado tomando en cuenta los cálculos realizados para encontrar la k del resorte.

Cabe destacar que en la figura 8.4, todas las gráficas pertenecientes al mecanismo del Elevador modificado, comienzan en el mismo punto. Esto se debe a que al inicio del recorrido, el resorte no se encuentra en compresión, esto es necesario para que la persona pueda acoplar y desacoplar cada sistema de resortes con facilidad ya que no estarán transmitiendo fuerza alguna. Ya después de iniciar el movimiento el crecimiento del trabajo se considera normal debido a la forma lineal en que el resorte entrega fuerza.

Para esta tesis se eligió una k del resorte que aumentara la fuerza en el punto M un 15% por cada sistema de resortes, pero no quiere decir que este valor es exclusivo. El mismo puede ser seleccionado en mayor o menor magnitud con el fin de adaptarlo a las necesidades de algún grupo de personas en especial.

## 8.3. Columpio

#### 8.3.1. Análisis cinemático

Para el análisis del nuevo diseño propuesto, es necesario conocer la geometría del mecanismo así como la ubicación del centro de masa de sus componentes. Es importante destacar que la ubicación de este centro de masa varía con respecto al diseño original, debido a que se realizaron tres cambios geométricos al sistema para que este fuera más ergonómico para el público meta. Es importante mencionar que el material de la estructura sigue siendo acero galvanizado y toda la tubería es hueca cédula 80 menos la agarradera que es tubería hueca cédula 40. Para mayor fluidez de lectura de esta sección, se agrega la figura 8.15 para mostrar la posición del columpio en el tiempo t = 0 s y t = 1 s.



Figura 8.15: (a) Posición del amortiguador en el tiempo t = 0 s (b) Posición del amortiguador en el tiempo t = 1 (Fuente: Elaboración propia)

Además, es importante reiterar que los puntos más importantes para el análisis del equipo del Columpio son el punto D, L, N y P. El punto D es el punto de pivote de la silla del Columpio, el punto L representa la cadera del usuario, el punto N equivale a la rodilla del usuario y el punto P es el punto de apoyo del pie del usuario sobre el soporte del Columpio. La representación gráfica de cada punto mencionado se puede observar en la figura 8.16.



Figura 8.16: Diagrama simplificado del mecanismo del columpio junto con la pierna del usuario (Elaboración propia)

El centro de masa se movió en dirección y+yx+. Esto se debe principalmente a que la distancia entre el respaldar y el punto P de apoyo a los pies se redujo 11 cm. La longitud DG pasa de tener una magnitud de 0,760 m a 0,753 m. La longitud de los eslabones LN y NP se mantienen igual, ya que estos datos se tomaron del análisis antropométrico del público meta.

#### Análisis de posiciones

Los principios de movimiento del nuevo diseño son los mismos del mecanismo anterior, donde el movimiento del columpio es de rotación pura y la entrada del movimiento se da en el punto de pivote D. De igual manera, el ángulo  $\theta_4$  (t) se utiliza para describir la posición del centro de masa G de la silla en el tiempo respecto al eje vertical. El valor máximo de desplazamiento del centro de masa es de 20° respecto a la posición de inicio. Para el nuevo diseño, el ángulo  $\phi$  pasa de tener un valor de 18° a 16,9°. Tomando lo anterior en cuenta, el ángulo máximo que alcanza el centro de masa G del nuevo diseño es de 36,9°. La ecuación que describe el cambio de la posición del centro de masa G de la silla respecto al tiempo es:

$$\theta(t) = \frac{20^{\circ}}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right) + 16,9^{\circ} + \frac{20^{\circ}}{2}$$
(8.19)

La relación entre el movimiento del mecanismo con el movimiento de la pierna del usuario se mantiene igual que para el mecanismo original. Por otro lado, para conocer la posición del punto  $P_1$  de sujeción entre el amortiguador y el columpio se toma el ángulo  $\theta$  (t) y se le resta el ángulo entre el punto G y el punto  $P_1$ . Este ángulo se representa por  $\theta_5$  y tiene un valor de 18,46 °
### Análisis de velocidades

Las ecuaciones de velocidad para el centro de masa G, del punto L y del punto N siguen siendo válidas para este nuevo mecanismo. La velocidad del punto  $P_1$  se define como:

$$\overrightarrow{v_{P_1}} = \omega D P_1 \nwarrow \theta_5 \text{ respecto al eje x -}$$
(8.20)

#### Análisis de aceleraciones

Al igual que para el análisis de velocidades, las ecuaciones de aceleración para este nuevo mecanismo se pueden trasladar del diseño anterior tomando en cuenta que la aceleración del punto  $P_1$  es equivalente a

$$\overrightarrow{a_{P_{1t}}} = DP_1 * \omega^2 \nwarrow \theta_5 \text{ respecto al eje x -}$$
(8.21)

$$\overrightarrow{a_{P_{1n}}} = DP_1^2 * \alpha \nearrow \theta_5 \text{ respecto al eje y} + \tag{8.22}$$

### 8.3.2. Análisis cinético

El análisis cinético del diseño propuesto para el columpio es muy similar respecto al análisis del mecanismo original realizado previamente. La única diferencia en términos de cinemático que sufre el mecanismo es que se debe agregar la fuerza de reacción en el punto  $P_1$  debido al amortiguador. Debido a lo anterior, se modifica el diagrama de cuerpo libre 1 (DCL<sub>1</sub>). El nuevo DCL<sub>1</sub> se puede observar en la figura 8.17.



Figura 8.17: Diagrama de cuerpo libre para la silla (Elaboración propia).

Como se agregan las fuerzas de reacción  $P_{1x}$  y  $P_{1y}$ , es necesario generar nuevas ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos para el conjunto de la silla.

A partir del  $DCL_1$  se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = D_x - L_x + P_{1x} = m_1 a_{G1x} \tag{8.23}$$

$$\sum F_y = D_y - L_y - W_1 - P_{1y} = m_1 a_{G1y}$$
(8.24)

$$\sum M_{G1} = L_x \cdot LG_1 \cdot \cos(\theta_4) - L_y \cdot LG_1 \cdot \sin(\theta_4) - D_y \cdot DG_1 \cdot \sin(\theta_4) +$$

 $Dx \cdot DG_1 \cdot \cos(\theta_4) + P_{1x} \cdot LP_1 \cdot \sin(\theta_6) + P_{1y} \cdot LP_1 \cdot \cos(\theta_6) = I_1 \cdot \alpha_1(8.25)$ 

Los diagramas de cuerpo libre de los otros eslabones se mantienen iguales, por lo cual se puede hacer referencia a las figuras 5.24 y 5.25

Por otro lado, cabe destacar que el conjunto de la silla cambia su inercia debido a los cambios geométricos que se realizan para mejorar la ergonomía. El columpio se divide en tres elementos: el conjunto de la silla, el segmento LN que representa la parte superior de la pierna antes de la rodilla y el conjunto NP que es la parte inferior de la pierna y el pie. Los valores de masa e inercia para cada uno de estos elementos en el nuevo diseño de este mecanismo se muestra en el cuadro 8.5.

Elemento	Centro de masa	Masa (kg)	Inercia (kg $m^2$ )
Silla	$G_1$	69,4	11,82
LN	$G_2$	$5,\!98$	0,245
NP	$G_3$	$3,\!65$	0,0569

Cuadro 8.5: Resumen de datos de los elementos del mecanismo del Columpio

En la sección de la selección del amortiguador se explicó la forma en que se seleccionó el amortiguador a incorporar en el diseño nuevo del mecanismo, así como la forma en que se encontró la fuerza de reacción que genera el amortiguador cuando el usuario mueve el columpio. En la figura 8.18 se puede observar la variación de la magnitud de la fuerza del amortiguador en el tiempo, según la apertura de las válvulas de control de flujo.



Figura 8.18: Magnitud de la fuerza de reacción del amortiguador según la apertura de las válvulas del control de flujo respecto al tiempo (Elaboración propia).

Como se puede observar en la gráfica de la figura 8.18, la fuerza de reacción que genera el amortiguador cuando la rodilla se extiende es mayor que cuando la rodilla se flexiona. Es importante recordar que por el tipo de amortiguador que se seleccionó, la resistencia que ejerce el amortiguador siempre va a ser contraria al movimiento del usuario, independiente de la dirección (flexión o extensión de rodilla). De esta manera, durante la flexión de rodilla, el amortiguador va a ejercer fuerza tal que va a ayudar a soportar el peso del conjunto silla-usuario y por ende disminuye el trabajo en la fase excéntrica para el cuádriceps. Idealmente, debería agregarse un amortiguador que solo genere resistencia durante el movimiento de extensión de rodilla.

La gráfica en la figura 8.18 representa la magnitud de la fuerza de reacción resultante del amortiguador, donde se está tomando en cuenta el aporte de la componente de la fuerza en dirección x así como el aporte de la componente de la fuerza en dirección y. El módulo de la fuerza resultante se obtiene como la raíz cuadrada del módulo de cada fuerza al cuadrado. Para visualizar de forma más sencilla el efecto de cada componente por separado, se agrega la gráfica en la figura 8.19 donde se observa el comportamiento de la componente en x y en y de la fuerza de reacción del amortiguador para todas las aperturas de válvula de control de flujo respecto al tiempo.



Figura 8.19: Magnitud de la fuerza de reacción del amortiguador según la apertura de las válvulas del control de flujo respecto al tiempo (Elaboración propia).

Con ayuda de la gráfica en la figura 8.19 se puede observar la forma en que el amortiguador ayuda al usuario durante el movimiento de la flexión de rodilla (del segundo 0 al segundo 1). Durante esta etapa del movimiento, la componente en x de la fuerza de reacción va en contra del movimiento, por lo cual esta fuerza es negativa. Por otro lado, la componente en y es positiva. El comportamiento contrario ocurre durante el movimiento de extensión de rodilla (del segundo 1 al segundo 2).

Al incorporar la fuerza de reacción del amortiguador en el sistema de fuerzas del Columpio, las fuerzas de reacción en los puntos D, L, N y P cambian consecuentemente. El comportamiento de las fuerzas de reacción en los puntos anteriores se muestran en las gráficas de las figuras 8.20 a 8.23.



Figura 8.20: (a) Componente en x de la fuerza de reacción D respecto al tiempo (b) Componente en y de la fuerza de reacción D respecto al tiempo (Fuente: Elaboración propia)



Figura 8.21: (a) Componente en x de la fuerza de reacción N respecto al tiempo (b) Componente en y de la fuerza de reacción N respecto al tiempo (Fuente: Elaboración propia)



Figura 8.22: (a) Componente en x de la fuerza de reacción L respecto al tiempo (b) Componente en y de la fuerza de reacción L respecto al tiempo (Fuente: Elaboración propia)



Figura 8.23: (a) Componente en x de la fuerza de reacción P respecto al tiempo (b) Componente en y de la fuerza de reacción P respecto al tiempo (Fuente: Elaboración propia)

De las gráficas anteriores se puede observar que la mayor diferencia en resistencia respecto al diseño original se obtiene al colocar las válvulas de control de flujo en 1/8 de apertura durante el movimiento de extensión de rodilla. Este resultado es esperable porque según el fabricante del amortiguador, entre menor sea la apertura de las válvulas de control de flujo, más difícil va a ser que el aceite pase por las válvulas y por ende mayor será la resistencia del amortiguador.

### 8.3.3. Comparación de trabajo realizado

Con la modificación de la fuerza  $P_1$ , el trabajo realizado por el punto L también varía. Para el cálculo del trabajo se utilizan las mismas ecuaciones que se usaron para el diseño original y se obtiene el gráfico en la figura 8.24 para las 4 configuraciones de apertura de las válvulas de control de flujo del amortiguador y el trabajo del diseño original.



Figura 8.24: (a) Comportamiento gráfico del trabajo en x de la fuerza Lx respecto al desplazamiento diferencial dx (b) Comportamiento gráfico del trabajo en y de la fuerza Ly respecto al desplazamiento diferencial dy (Fuente: Elaboración propia)

Tomando en cuenta los resultados anteriores, se puede observar que el aumento en la fuerza tangencial del punto L mayor para todos los escenarios del amortiguador respecto a la fuerza tangencial del diseño original durante el movimiento de extensión de rodilla. Lo anterior quiere decir que el trabajo que realiza el punto L para el nuevo diseño es mayor para cada escenario respecto al trabajo del diseño original durante el movimiento de extensión de rodilla. Así, se llega a tener un aumento de trabajo de hasta 583 % para 1/8 de apertura, 230 % para 1/2 de apertura, 116 % para 3/4 de apertura 65 % para apertura total durante el movimiento de extensión de rodilla. En el caso del movimiento de flexión de rodilla, el trabajo disminuye respecto al diseño original debido a que el amortiguador ayuda al usuario durante esta etapa del ejercicio como se ha explicado anteriormente.

## Capítulo 9

# **Conclusiones y Recomendaciones**

Se realizó un estudio cinemático de las tres máquinas biosaludables por medio de modelos mecánicos. Éstos están basados en la geometría de cada máquina por medio de mecanismos de cuatro barras. El ángulo  $\theta$ , como ángulo de entrada, permite describir de manera adecuada el movimiento de los mecanismos. El mismo se puede derivar una y dos veces para generar ecuaciones de velocidad y aceleración asociadas al movimiento.

Se analizó la cinética de cada una de las máquinas por medio de la construcción de Diagramas de Cuerpo Libre, y se describió el comportamiento de las fuerzas para todos los puntos del movimiento. El análisis se hizo con base al modelo de Hanavan, tomando medidas antropométricas de una investigación previa de las mujeres de la población colombiana.

Se propusieron tres diseños diferentes, uno por cada máquina biosaludable, que permiten la modificación de la resistencia del mecanismo original. Para el Elevador se agregó un sistema de resortes, para el Ascensor se implementó un ventilador y para el Columpio se incorporó un amortiguador hidráulico con resistencia variable.

Se determinó la deformación máxima y el esfuerzo cortante máximo por medio de la teoría de elementos finitos utilizando el programa de simulación ANSYS. Esta evaluación estructural permitió conocer los puntos críticos de los mecanismos y así determinar si estos estaban sujetos a fallas. Ya que los esfuerzos son menores al esfuerzo de fluencia del acero estructural, se concluyó que las tres máquinas biosaludables no presentan un riesgo de fallo por esfuerzo cortante.

Se realizó una comparación del trabajo efectuado en cada máquina posterior a las modificaciones propuestas de los diseños de los mecanismos. Con los nuevos diseños, el usuario puede modificar la resistencia del mecanismo en al menos tres niveles diferentes, y así variar el trabajo realizado respecto al diseño original.

## 9.1. Recomendaciones

Como parte de las recomendaciones de este proyecto, se puede incluir una verificación de los resultados obtenidos teóricamente. Esta verificación se puede realizar por medio de pruebas de fuerza utilizando un dinamómetro. Adicionalmente, con métodos estadísticos se puede realizar una comparación de los datos obtenidos teóricamente con los datos prácticos.

En el desarrollo del análisis cinético de cada máquina, se utilizaron medidas antropométricas de la población colombiana. Con el fin de aplicar la investigación al diseño de máquinas costarricenses, la utilización de una base de datos nacional arrojaría resultados más precisos en cuanto a la propuesta de diseño.

Adicionalmente, el estudio se realizó con mujeres colombianas entre 20 y 59 años de edad, sin embargo este estudio puede abarcar otros grupos poblacionales como hombres y adultos mayores.

Se recomienda cambiar el diseño circular de las ranuras del sistema de resortes del mecanismo del Elevador, por un diseño que permita un recorrido rectilíneo. Esto debido al posible daño o desgaste que pueda tener el resorte a largo plazo por la fricción con las piezas que forman la ranura.

En el diseño del mecanismo del Ascensor, es posible modificar la posición del engrane superior y así permitir que el mecanismo genere más resistencia en el movimiento. Al subir el engrane , el componente del eje Y de la fuerza de resistencia aumentaría y podría generar una mayor fuerza opuesta.

Para el caso del diseño del Columpio, se recomienda seleccionar un amortiguador hidráulico que solo permita la regulación de la velocidad del vástago del pistón durante la extensión de rodilla. De esta forma, el pistón hidráulico no ayudaría al usuario durante la flexión de rodilla, que es lo que ocurre con el pistón seleccionado para este proyecto ya que tiene doble control de velocidad.

# Bibliografía

- (s.f.). Antropometría: Laboratorio de condiciones de trabajo. Facultad de Ingeniería Industrial, Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá.
- ACE Stoßdämpfer GmbH (2017). Dämpfungstechinik Hauptkatalog. https://www.ace-ace. de/media/acedownloads/ACE\_MainCat-2017-DE\_oP\_20170814.pdf.
- ACE Stoßdämpfer GmbH (2021). Hydraulische Bremszylinder. https://www.ace-ace.de/de/produkte/geschwindigkeitsregulierung/hydraulische-bremszylinder/dvc-32/dvc-32eu-xx. html.
- American College of Sports Medicine (2008). Manual de consulta para el control y la prescripción del ejercicio. Colección Medicina Deportiva Series. Paidotribo.
- Amestoy, L. (s.f.). Antropómetro: invención, descripción y para qué sirve. Lifeder https://www.lifeder.com/antropometro/ [Consulta 21 may. 2020].
- ANSYS Inc (2020). Ansys. https://www.ansys.com/ [Consulta 20 may. 2020].
- ANSYSHelp (2021). Stress and strain. https://ansyshelp.ansys.com/account/secured [Consultado en 15/09/2021].
- Arceo, I. (2017). Estudio y rediseño de una máquina biosaludable. (Trabajo final de graduación en Ingenierías Industriales). Universidad de Valladolid.
- Augusto, C. (2018). Cálculo del trabajo realizado por una fuerza variable. https://temasdecalculo2.wordpress.com/2018/07/27/4-10-calculo-del-trabajo-realizadopor-una-fuerza-variable-calculo-integral/ [Consultado 21 jun. 2020].
- Aular, A. (s.f.). ¿Para qué Sirve el Vernier? Lifeder https://www.lifeder.com/para-que-sirveel-vernier/ [Consulta 21 may. 2020].
- Avila-Chaurand, R., Prado-León, L., and González-Muñoz, E. (2007). Dimensiones antropométricas de la población latinoamericana : México, Cuba, Colombia, Chile / R. Avila Chaurand, L.R. Prado Le n, E.L. González Muñoz.
- Azevedo-Guaura, R. D. (s.f.). Planos anatómicos y ejes del cuerpo humano. https://www.lifeder.com/planos-anatomicos-ejes/ [Consultado 9 jun. 2020].
- Bedford, A. and Fowler, W. (2008). *Mecánica para ingeniería: Dinámica*. Pearson: Prentice Hall.

- Beer, F., Johnston, R., Mazurek, D., and Eisenberg, E. (2010a). *Mecánica vectorial para ingenieros*. Mc Graw Hill, 9 edition.
- Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T., and Mazurek, D. F. (2010b). Mecánica de materiales. Technical report, Mc Graw Hill.
- BEKAERT (s.f.). Alambre de piano. https://www.bekaert.com/es-MX/productos/ productos-de-consumo/deporte-y-ocio/alambre-de-piano.
- Budynas, R. G. and Nisbett, J. K. (2012). Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, volume 6. McGraw-Hill Interamericana.
- Carmenate-Milián, L., Moncada-Chévez, F., and Borjas-Leiva, E. (2014). Manual de medidas antropométricas. Publicaciones SALTRA.
- Carmona, T. (2016). UCR lanza novedodos circuitos biosaludables. Universidad de Costa Rica https://www.ucr.ac.cr/noticias/2016/04/29/ucr-lanza-novedosos-circuitos-biosaludables.html [Consulta 21 may. 2020].
- Choueiri, R. (s.f). List upper body muscle. https://healthyliving.azcentral.com/list-upper-body-muscles-4691.html [Consulta 2 jun. 2020].
- Chow, H.-w. (2013). Outdoor fitness equipment in parks: a qualitative study from older adults' perceptions. *BMC public health*, 13(1):1216.
- Cicadex (2019a). Columpio. https://cicadex.com/producto/columpio/ [Consulta 2 jun. 2020].
- Cicadex (2019b). Parques Biosaludables ICODER 2019. https://cicadex.com/homepage/parques-biosaludables-icoder-2019/ [Consulta 2 jun. 2020].
- Clement, G. (2002). Acción del viento sobre las estructuras. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería.
- Cochran, S. and House, T. (2002). *Musculación del tronco superior y brazos*. Colección Herakles. Editorial Hispano Europea, S.A.
- Copeland, J. L., Currie, C., Walker, A., Mason, E., Willoughby, T. N., and Amson, A. (2017). Fitness equipment in public parks: frequency of use and community perceptions in a small urban centre. *Journal of Physical Activity and Health*, 14(5):344–352.
- Cordero, A., Masiá, M. D., and Galve, E. (2014). Ejercicio físico y salud. Revista Española de Cardiología, 67(9):748–753.
- Crompton, R. H., Tangen, C., Cummings, S. W., and Wood, B. (2018). Human muscle system. https://www.britannica.com/science/human-muscle-system [Consultado 25 may. 2020].
- de Piolenc, F. and Wright, G. (2001). Ducted Fan Design, Volume 1: Volume 1 Propulsion Physics and Design of Fans and Long-Chord Ducts. Ducted Fan Design. CreateSpace Independent Publishing Platform.
- Delavier, F. (2013). *Guía de los movimientos de musculación: descripción anatómica*. (4ta ed.). Editorial Paidotribo.

- Dietfarma (s.f.). Antropómetros. https://www.dietfarma.com/antropometria/antropometros [Consultado 25 may. 2020].
- Ecyclopedia Britannica (2019). Kinetic energy. https://www.britannica.com/science/kinetic-energyinfo-article-history [Consulta 2 jun. 2020].
- Fitness Factor Blog (2017). Ergonomics in Fitness Training. https://blog.fitnessfactor.com/ergonomics-in-fitness-training/.
- Giráldez, V. A., Seoane, L. C., and Suárez, X. A. (2013). Estudio descriptivo de los servicios ofrecidos para los usuarios de parques biosaludables de galicia. *Retos. Nuevas tendencias en Educación Física, Deporte y Recreación*, (24):60–62.
- Hamill, J. and Knutzen, K. M. (2006). *Biomechanical basis of human movement*. Lippincott Williams & Wilkins.
- Hanavan, E. (1964). A mathematical model of the human body. Behavioral Sciences Laboratory.
- Hansen, H. (s.f.). The Serious Guide on How to Bench Press. https://seriouslystrongtraining. com/the-serious-guide-on-how-to-bench-press/#technique.
- Haskell, W. L., Lee, I.-M., Pate, R. R., Powell, K. E., Blair, S. N., Franklin, B. A., Macera, C. A., Heath, G. W., Thompson, P. D., Bauman, A., and et al. (2007). Physical activity and public health: Updated recommendation for adults from the american college of sports medicine and the american heart association. *Medicine and Science in Sports and Excercise*, 116(9):1423–1434.
- Heady, J., Morris, J., Kagan, A., and Raffle, P. (1961). Coronary heart disease in london busmen: a progress report with particular reference to physique. *British journal of preventive* & social medicine, 15(4):143.
- Henderson, K. A., Neff, L. J., Sharpe, P. A., Greaney, M. L., Royce, S. W., Ainsworth, B. E., et al. (2001). it takes a village" to promote physical activity: the potential for public park and recreation departments. *Journal of Park and Recreation Administration*, 19(1):23–41.
- Hernández, A. (2009). Estudio de los circuitos biosaludables para la tercera edad en españa. Revista internacional de medicina y ciencias de la actividad física, 9(33).
- Hibbeler, R. (2010). Dinámica. Pearson.
- ICODER (2015). Parques Biosaludables ya funcionan en el país. https://www.icoder.go.cr/noticias/310-parques-biosaludables-ya-funcionan-en-el-pais [Consulta 2 jun. 2020].
- Iglesias, B. (2007). Bases de la fisiología. Editorial Tébar, S. L.
- Janicijevic, D., Jukic, I., Weakley, J., and García-Ramos, A. (2021). Bench press 1-repetition maximum estimation through the individualized load-velocity relationship: Comparison of different regression models and minimal velocity thresholds. *International Journal of Sports Physiology and Performance*, 16(1074).

Jarmey, C. (2008). El Libro conciso del cuerpo en movimiento. Editorial Paidotribo.

- Jiménez, B. (2020). Modelos de las máquinas biosaludables elaborados en SolidWorks.
- Jones, O. (2017). Muscles of the pectoral region. https://teachmeanatomy.info/upperlimb/muscles/pectoral-region/ [Consultado 3 jul. 2020].
- Juanma (2018). Calorías quemadas en un entrenamiento: ¿Cuántas quemamos en 30 minutos? https://ejerciciosencasa.as.com/calorias-quemadas-en-un-entrenamiento-cuantas-quemamos-en-30-minutos/#:itext=Calorías%20quemadas%20durante%20un%20entrenamiento%20de%Antes%20de%20nada&textMedia%20hora%20de%20levantamiento%20de,en%20alguien%20de%2084%[Consulta 29 mar. 2021].
- Kraemer, W. J. and Ratamess, N. A. (2004). Fundamentals of resistance training: progression and exercise prescription. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 36(4):674–688.
- Licks, A. (2020). Cae1-2020. [PowerPoint Curso: Ingeniería asistida por computadora, Universidad de Costa Rica].
- LifeGim (2017). Multi-Funcionales. https://lifegim.com/multi-funcionales/.
- Lopez, S. B. (2018). Concepto core: estabilización lumbopélvica. https://www.fisioterapiaonline.com/articulos/concepto-core-estabilizacion-lumbopelvica.
- López Chicharro, J. and Fernández Vaquero, A. (2006). Fisiología del ejercicio.
- Marchante, D. (2014a). Como entrenar la espalda—Todo lo necesario—Ejercicios y técnica correcta. [Video blog]. https://youtu.be/KEVavgdNjwQ.
- Marchante, D. (2014b). Cómo entrenar piernas- Máximo desarrollo de cuádriceps. [Video blog]. https://www.youtube.com/watch?v=Hu\_1Mw\_NKTs&list=PLjbrtdH2UuV7kPUBXUm4tSi8eYIk6pfJO&index=7&t=4s.
- Marchante, D. (2014c). Entrenamiento de pectorales—Rutina y ejercicios para entrenar el pecho. [Video blog]. https://youtu.be/MW0AO4xaxFM.
- Mejía Cordero, D. and Sánchez Méndez, A. B. (2018). Diseño estructural de una máquina modular para ejercicio contra-resistencia dirigida al cuerpo de bomberos de costa rica. Master's thesis, Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica Universidad de Costa Rica.
- Mencía, M. (2019). Diseño mecánico de una máquina biosaludable: doblee pectoral horizontal. Master's thesis, Escuela de ingenierías industriales, Universidad de Valladolid.
- Mohammadi, M. and Sadeghi, H. (2012). Identification of the ergonomic properties of exercise equipment in parks with an emphasis on the anthropometric characteristics of iranian women. *International Journal of Sport Studies*, 2(1):36–42.
- Mora-Rodríguez, R. (2009). Fisiologia Del Deporte Y El Ejercicio. Editorial Médica Panamericana.
- Morin, D. (2007). The Lagrangian Method. https://scholar.harvard.edu/files/david-morin/files/cmchap6.pdf.

- NKS (s.f.). ACEROS INOXIDABLES 316 Y 316L [Ficha técnica]. https://nks.com/es/distribuidor-de-acero-inoxidable/aceros-inoxidables-316/.
- OMS (2002). Estrategia mundial sobre régimen alimentario, actividad física y salud. https://www.who.int/whr/2002/es/.
- Parra-Leal, H. (2012). Antropometría estática y dinámica. Enfoqueocupacional http://www.enfoqueocupacional.com/2012/08/antropometria-estatica-y-dinamica.html.
- Patel, H., Alkhawam, H., Madanieh, R., Shah, N., Kosmas, C. E., and Vittorio, T. J. (2017). Aerobic vs anaerobic exercise training effects on the cardiovascular system. World journal of cardiology, 9(2):134.
- PTC (s.f.). Acerca del análisis cinemático. PTC http://support.ptc.com/help/creo/creopma/ spanish/index.htmlpage/simulate/mechdes/analysis/AboutKinematicAnalysis.html.
- Pérez-Porto, J. and Merino, M. (2017). Definición de Ejercicio físico. Definición https://definicion.de/ejercicio-fisico/ [Consulta 21 may. 2020].
- R.O.L Designs (2019). R.O.L Designs. [Facebook] https://business.facebook.com/rlnd. 2ch2015/photos/a.2198467737081007/2221205054807275/?type=3&theater.
- Romo-Pérez, V., García-Soidán, J., and Chinchilla-Minguet, J. (2011). Circuitos biosaludables y cumpliento de las recomendaciones sobre actividad física para mayores. *Revista Internacional de Medicina y Ciencias de la Actividad Física y el Deporte*, Volumen (N<sup>0</sup> 12):445–458.
- Salinas, J. (2013). Grupos musculares. http://www.soydeporte.es/grupos-musculares/.
- Salter, R. (2000). Trastornos y Lesiones Del Sistema Musculoesqueletico. Ediciones Científicas y Técnicas.
- Santomassimo, R. N., Herskowitz, C. M., and Polidi, R. Z. (2009). User interface for a resistance training device and method of use. US Patent 7,510,508.
- Señales y Sistemas (2018). Modelo de masa-resorte-amortiguador doble usando la metodología de Euler-Lagrange. https://www.youtube.com/watch?v=jBU1B4ivUv8.
- Slam Proof Ltd (2021). Hydraulic Speed Controls. https://www.slamproof.co.uk/ Hydraulic-Speed-Controls.
- Soto, V. and Calvo, M. G. (1996). Parámetros inerciales para el modelado biomecánico del cuerpo humano. *European Journal of Human Movement*, (2):169–189.

Staugaard-Jones, J. A. (2014). Anatomía del ejercicio y el movimiento. Paidotribo.

- Tatum, J. (2019). Introduction to Lagrangian Mechanics. https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical<sub>Mechanics</sub>/Book %3A<sub>C</sub>lassical<sub>Mechanics</sub>(Tatum)/13 %
- Valerio-Cabello, E. (2013). Antropometría. Instituto nacional de seguridad e higiene en el trabajo. Ministerio de trabajo e inmigración.

- Varela-Moreiras, G., Alguacil Merino, L. F., Alonso Aperte, E., Aranceta Bartrina, J., Ávila Torres, J. M., Aznar Laín, S., Belmonte Cortés, S., Cabrerizo García, L., Dal Re Saavedra, M. Á., Delgado Rubio, A., et al. (2013). Obesidad y sedentarismo en el siglo xxi:¿ qué se puede y se debe hacer? Nutrición hospitalaria, 28:1–12.
- Velandia-Cárdenas, C. (2016). Modelado, control y monitoreo de un exoesqueleto para asistir procesos de rehabilitación en miembro inferior. Master's thesis, Facultad de ingeniería electrónica.
- Vera, P., Hoyos, J., Ramiro, J., and Y PRAT, J. (1987). Tecnología aplicada al análisis biomecánico en el deporte. *Educación física y deporte de base*.
- Weforma (2020). Double-Acting Speed Controls. https://www.weforma.com/fileadmin/pdf/ Kataloge/2020/Weforma\_20\_WM-VD36.pdf.
- Wen, C. P., Wai, J. P. M., Tsai, M. K., Yang, Y. C., Cheng, T. Y. D., Lee, M.-C., Chan, H. T., Tsao, C. K., Tsai, S. P., and Wu, X. (2011). Minimum amount of physical activity for reduced mortality and extended life expectancy: a prospective cohort study. *The lancet*, 378(9798):1244–1253.
- Winter, D. (2009). Biomechanics and Motor Control of Human Movement. Wiley.